

Desarrollo de un algoritmo computacional para la estimación de la tensión de cables en puentes atirantados con base en la medición experimental en laboratorio y campo de sus modos y frecuencias naturales de vibración

Development of an computational algorithm for estimating cables' tensile stress on cable-stayed bridges based on experimental laboratory and job site measurements on their natural vibration modes and frequencies

Giordano Avellaneda*, Ricardo Noguera*, Edgar Muñoz^{1*}

* Pontificia Universidad Javeriana. COLOMBIA

Fecha de Recepción:27/06/2012

Fecha de Aceptación:15/10/2012

PAG 155 - 180

Resumen

En la presente investigación, se propone una nueva metodología para estimar la tensión de los tirantes con base en sus modos y frecuencias naturales de vibración, mediante el desarrollo de un aplicativo computacional apoyado en el método de los elementos finitos (FEM) y en el análisis detallado de las señales. Para ello se presenta en este documento un estado del arte con algunos de los trabajos desarrollados en el mundo, un marco conceptual y la metodología planteada para su desarrollo y ejecución. El aplicativo computacional fue generado en MATLAB® y validado a través de mediciones experimentales en un prototipo a escala y en algunos cables de un puente atirantado en Colombia cuando estaba en proceso de construcción, con el cual se permite estimar la magnitud de la tensión de los tirantes con errores mínimos.

Palabras Clave: Frecuencias naturales, tensión, elementos finitos, señales, monitoreo e instrumentación.

Abstract

In the present research, is proposed a new methodology for estimating tension forces in cables on the basis of their modes and natural frequencies of vibration, by developing a computer application leaning on the finite element method (FEM) and a detailed analysis of signals. In this paper is presented a state of the art with some of the work done around the world, a conceptual framework and a proposed methodology for its development and implementation. The computer application which was programmed in MATLAB®, which was validated through experimental measurements on a scaled prototype and some cables of a cable stayed bridge under construction in Colombia, allows to estimate the magnitude of the cable's tension with minimal errors.

Keywords: Natural frequencies, stress, finite elements, signals, monitoring and instrumentation.

1. Introducción

En la actualidad, la construcción de puentes atirantados en se está haciendo más frecuente; la implementación de este tipo de estructura no se debe solo a las ventajas estéticas y arquitectónicas que aporta al entorno, sino por el enfoque a las características que poseen. Los puentes atirantados permiten el desarrollo de grandes luces que pueden alcanzar valores de hasta 1088 m [Nanjing, 2008], por lo cual, junto a los puentes colgantes, los convierte en el sistema estructural preferido para el desarrollo de este tipo de proyectos. Además de esto, su versatilidad les permite ser también aplicables a luces relativamente cortas, entre 100 y 150 m, por lo que también entran a competir con sistemas como el de voladizos sucesivos, extradosados, puentes en arco y demás tipologías.

Los puentes al igual que las vías, son obras de infraestructura cuyo propósito es contribuir a la movilidad y flujo de vehículos, esto implica que están sometidos a escenarios de carga y descarga, los cuales generan desgaste de los elementos por fatiga y demás procesos mecánicos asociados a este tipo de situación.

1. Introduction

Nowadays the construction of cable-stayed bridges is becoming quite frequent. The implementation of such types of structures is not only based on esthetic and architectural advantages they provide on the environment. The implementation is based on the characteristics approach they involve. Cable-stayed bridges enable the development of great spans that may achieve values up to 1088 m [Nanjing, 2008]; hence, such bridges together with suspension bridges make them the preferred structural systems for the development of such projects. Besides, their versatility facilitates their application on relatively short spans, between 100 and 150 m, competing against other systems, such as progressive cantilever bridges, extradosed bridges and arch bridges, among others.

Bridges as well as lanes are infrastructure civil works, which purpose is to facilitate vehicles mobility and flow. This means they are subject to loading and unloading scenarios, which generates a reduction in the resistance of elements due to fatigue and to other mechanical processes involved in such kind of situations.

¹ Autor de correspondencia / Corresponding author:
E-mail: edgar.munoz@javeriana.edu.co



Todo esto es bien sabido por las entidades encargadas de estas estructuras de carácter "público", por esto poseen procesos establecidos para mitigar estos fenómenos, que constan de un continuo mantenimiento y, de ser necesario, de rehabilitación de los elementos que los componen con el objetivo de mantener su funcionalidad durante el tiempo de vida útil.

En el mantenimiento y rehabilitación de los puentes atirantados se revisan el pilón, el tablero y los tirantes; para los dos primeros existen pruebas de laboratorio y procesos de instrumentación que permiten verificar y estimar las propiedades mecánicas de los materiales que los componen, sin embargo, en el caso de los tirantes, el procedimiento actual se basa en una revisión visual (con el fin de conocer la integridad de los cables ante efectos químicos) y una comprobación de las tensiones de los mismos con un gato hidráulico, instrumento que muy preciso pero que requiere la liberación parcial de los torones que componen al tirante, situación que implica una pérdida de capacidad de la estructura durante el procedimiento, por lo que este tipo de revisión exige el cierre temporal (parcial o total) de la estructura para evitar cualquier tipo de falla.

Teniendo en cuenta lo anterior, se tiene como objetivo de la presente investigación, proponer un método numérico para estimar la tensión de tirantes con base en sus modos y frecuencias naturales de vibración, mediante el aplicativo computacional apoyado en el método de los elementos finitos (FEM) y en análisis detallados de las señales obtenidas mediante su instrumentación.

2. Metodología

Inicialmente se realizó una profunda investigación del estado del conocimiento de trabajos concernientes a la estimación de la tensión en los cables, además se estudiaron temas relacionados a la modelación con elementos finitos de este tipo de estructuras, estudio y análisis de señales. Para la modelación a escala, se buscó información relacionada con la utilización de modelos realizados en otras investigaciones y condiciones para escalar la geometría que permitieran un comportamiento representativo de los cables.

Se Diseñó y elaboró un prototipo a escala evitando la presencia de deformaciones no deseadas, en cuanto al comportamiento de la estructura, se desarrollaron varios escenarios para seleccionar adecuadamente las cargas aplicadas a los cables con la finalidad de representar con la mayor fidelidad el fenómeno de la vibración y obtener frecuencias de un orden similar a las de un puente real que permitieran validar con mayor confiabilidad el algoritmo.

Paralelo a la elaboración del prototipo se realizó la programación del aplicativo computacional, el procedimiento que este usaría y las herramientas con que contaría. Para todo lo previamente estudiado y la correcta ejecución del prototipo, se realizaron diagramas de flujo para esclarecer el funcionamiento del programa. El elemento finito que se utilizó, fue seleccionado con ayuda de las primeras instrumentaciones realizadas al modelo a escala e información previa que se tenía de otros cables, esto, con el objetivo de garantizar una correcta modelación matemática.

The entities dealing with "public" nature structures are well aware of these matters. Therefore, they apply established processes to mitigate such phenomena, which include permanent maintenance and the restoration of comprised elements, whenever is needed, in order to keep their functionality and purpose during the structure life span.

The maintenance and restoration program on cable-stayed bridges include the review of pylon, deck and straps. There are diverse laboratory tests and instrumentation processes which allow us to check and assess the mechanical properties of materials comprised in pylons and decks. However, for the case of straps, the current procedure is based on a visual inspection (in order to assess the cables integrity against chemical effects) and a their tensile stress check out assisted by a strand jack, which is a very accurate instrument but it requires a partial loosening of cable strands comprised by the strap. This situation leads to a loss of structural capacity during the procedure; therefore, this type of inspection demands a temporary closure (partial or total) of the structure in order to avoid any type of failure.

By taking above into consideration, the present research has the purpose of proposing a new methodology to estimate straps tensile stress based on their natural vibration modes and frequencies by means of a computer application supported on the finite elements method (FEM) and on a detailed signals analysis obtained through its monitoring and instrumentation.

2. Methodology

A thorough research was carried out on knowledge conditions, not only for studies directly related to the cables tensile stress estimation, but also for subjects involving the finite elements modeling on this kind of structure, as well as every single aspect of signals study and analysis. As far as scale modeling is concerned, information was collected regarding employed models which were likely used by other researches, such us conditions for geometry escalation without affecting the structure behavior and others.

Afterwards, the scale prototype was elaborated, which design was carefully reviewed in order to avoid measurement mistakes as a result of undesired deformations. As far as the structure behavior is concerned, several scenarios were developed to properly select the loads to be applied on cables, so as to represent with higher accuracy the vibration phenomenon to obtain frequencies similar to the ones existing on a real bridge that would enable us to validate a reliable algorithm.

Parallel to the scale prototype, a software application was developed including the procedure to be employed and the tools it will count with. For above studies and the correct prototype execution, flow diagrams were created in order to clarify the program operation. The employed finite element was selected with the contribution of the first instrumentations carried out to the scale model, as well as previous information available on other cables, with the purpose of ensuring a correct mathematical modeling (key for this procedure).

Contando con estas dos partes, se realizó una calibración y ajuste del aplicativo, tomando en consideración la información obtenida de la modelación a escala, de la cual se obtuvo información respecto a las variables preponderantes del fenómeno (como la masa y las propiedades geométricas), así mismo se estableció la cantidad de frecuencias con que se trabajaría y las herramientas para la selección de las frecuencias.

Con el aplicativo computacional calibrado, se procedió al paso determinante de la investigación, la aplicación a un puente real, para esto se contó con los permisos de la constructora Concreto S. A. y con la información de VSL (encargados de realizar los tensionamientos), las mediciones se realizaron en los tirantes del puente Gilberto Echeverri Mejía, ubicado en Medellín, Colombia.

Finalmente se hizo el correspondiente análisis de resultados y conclusiones, para verificar la precisión del aplicativo computacional y de la metodología empleada.

2.1 Estado del arte

Para el desarrollo de la investigación se tuvo en consideración los estudios y avances logrados por diferentes autores que se resumen a continuación:

After concluding these two stages, the software calibration and adjustment was developed, taking into consideration the obtained information by the scale modeling, which provided data regarding the most prevailing variables of the phenomenon (such as mass and geometrical properties). At the same time, the number of work frequencies and tools for frequency selection were selected.

With the software application properly running, it was time to go one step further in this research: its application on an existing bridge. Above was possible due to the permissions granted by the construction company Concreto S.A. and the information released by VSL (entity in charge of tensioning execution). Measurements were conducted on straps belonging to the Gilberto Echeverry Mejía Bridge located in Medellin, Colombia.

Finally, the corresponding analysis results and conclusions were developed. So as to check the accuracy of the software application and the employed methodology.

2.1 State of the art

For the development of this investigation, conducted studies and advances achieved by different authors were taken into consideration, which are summarized as follows:

Tabla 1. Trabajos relacionados con la presente investigación

Table 1. Studies related with the present research

| Año | Referencia | Tema | Metodología |
|------|----------------------|---|--|
| 2010 | Kangas et al 2010 | Identification of Cable Forces on Cable-Stayed Bridges: A Novel Application of the MUSIC Algorithm | Aplicación del algoritmo "Multiple Signal Classification" (MUSIC) el cual desarrolla un eigen-análisis en la secuencia de datos para estimar y eliminar las contribuciones del sónico antes de crear el espectro de frecuencias dando como resultado una estimación mas precisa de las frecuencias naturales de los cables que la brindada por los espectros de frecuencia basados en fourier. (Los valores de la tensión se calcularon con la fórmula de la teoría de cables $T=4mL^2(f_n/n)^2$). se obtuvo errores del orden de $\pm 3\%$ |
| 2009 | Badel et al 2009 | Estudio e implementación de los métodos para la estimación de la fuerza de tensión en tirantes de puentes usando sus modos y frecuencias naturales de vibración | Realizado por estudiantes de la Pontificia Universidad Javeriana, en la cual se compararon diferentes métodos para la estimación de la tensión en tirantes con ayuda de registros de aceleración tomados al puente de dos quebradas (aplicación de métodos empíricos y de un método analítico). |
| 2009 | Li - Wang et al 2009 | Cable tension measurement for cable-stayed bridge considering on the effect of Damper | Implementación de los efectos de amortiguamiento en un modelo analítico para identificación de las frecuencias naturales en los cables. |
| 2005 | Ren et al 2005 | Empirical formulas to estimate cable tension by cable fundamental frequency | identificación de la tensión en los tirantes a partir de expresiones derivadas de la teoría de cables ajustadas a través de procedimientos de laboratorio, las cuales consideran efectos como el de catenaria, rigidez a flexión y geometría del cable. |
| 2003 | Ren et al 2003 | Experimental modal analysis of stayed cables in cable stayed bridges | Se realiza un análisis minucioso del comportamiento del cable y su modelación matemática para el desarrollo de un análisis modal del cable. |
| 2010 | Thai et al 2010 | Nonlinear static and dynamic analysis of cable structures | Desarrollo de un elemento finito curvo tridimensional para el análisis del comportamiento mecánico de un cable sometido a su peso propio y/o a una tensión externa para su posterior aplicación y verificación. |
| 1997 | Karoumi 1997 | Some modeling aspects in the nonlinear finite element analysis of cable supported bridges | Desarrollo de un elemento finito de tipo catenaria bidimensional de solo dos nodos a partir de la formulación directa del comportamiento de este tipo de elemento, análisis de los resultados obtenidos por el modelamiento, resultados de laboratorio y contraste con programas especializados como SAP2000 y Ansys. |

| Year | Reference | Subject | Methodology |
|------|--------------------|---|--|
| 2010 | Kangas et al 2010 | Identification of cable Forces on Cable-Stayed Bridges: A Novel Application of the MUSIC algorithm | Application of "Multiple Signals classification" algorithm, which develops an Eigen-analysis for a data sequency to estimate and eliminate sound contributions before creating the frequency spectrum, thus obtaining as a result a more accurate estimation of cables natural frequency than the one delivered by frequency spectrum based on Fourier. (Tension values were calculated with the cable theory formula $T=4mL^2(fn/n)^2$). Obtained errors were $\pm 3\%$ app. |
| 2009 | Badel et al 2009 | Study and implementation of methods for estimating tensile strength on bridges straps by using their vibration natural modes and frequencies. | Developed by students from the Pontificia Universidad Javeriana, where different methods were compared to estimate tension on straps supported on acceleration records taken from Dos Quebradas Bridge (application of empirical method and an analytical method). |
| 2009 | Li-Wang et al 2009 | Cable tension measurement for cable-stayed bridge considering the effect of Damper | Implementation of damping effects on an analytical model to identify natural frequencies on cables. |
| 2005 | Ren et al 2005 | Empirical formulas to estimate cable tension by cable fundamental frequency | Identification of tension on straps based on expressions derived from adjusted cables theory by means of laboratory procedures, which consider effects such as Catenary, flexure stiffness and cable geometry. |
| 2003 | Ren et al 2003 | Experimental modal analysis of stayed cables in cable stayed bridges | A detailed analysis is developed on the cable behavior and its mathematical modeling in order to carry out a modal cable analysis. |
| 2010 | Thai et al 2010 | Nonlinear static and dynamic analysis of cable structures | Development of a tridimensional curve finite element for the analysis of a cable mechanical behavior which is subject to its own weight and/or external tension for its later application and verification. |
| 1997 | Karoumi 1997 | Some modeling aspects in the nonlinear finite element analysis of cable supported bridges | Development of a finite element kind of two-dimensional Catenary having only two nodes, based on the direct formulation of behavior for this type of element. Analysis of results obtained from modeling, laboratory results and comparison to specialized softwares such as SAP2000 and Ansys. |

Los 2 últimos trabajos fueron utilizados para la selección y aplicación del elemento finito del aplicativo computacional.

2.2 Marco conceptual

2.2.1 Teoría general de cables

Los cables presentan un comportamiento muy particular, lo cual implica un estudio detallado de su comportamiento mecánico, primero dado que la curvatura generada por el efecto de catenaria condiciona la rigidez del elemento (efecto producido por la deformación inducida por el peso propio). Segundo dado que la tensión a la que se encuentra sometido el cable es inversamente proporcional a la deformación por el peso propio. Cuando un cable es ligeramente excitado, sus desplazamientos pueden observarse, como se muestra en la Figura 1.

Above studies were employed for the selection and application of the finite element used by the software.

2.2 Conceptual framework

2.2.1 General theory of cables

Cables are elements widely employed by civil engineering, whether for its construction application on pre-stressed elements or elements enduring tension to bear high vertical loads (such as straps in cable-stayed bridges) or because they have a very particular behavior due to their area/length relation, which suggests a thorough study on their mechanical behavior where the curvature generated by the Catenary effect is a parameter that highly conditions the element stiffness (effect produced by inducted deformation of its own weight). The second parameter is the tension a cable is subject to, which is a value inversely proportional to the deformation, resulting from its own weight. Displacements take place when a cable is slightly stimulated, as shown on Figure 1.

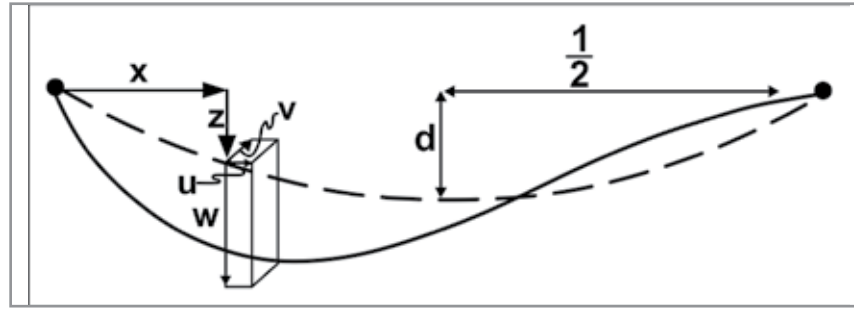


Figura 1. Diagrama de los desplazamientos en un cable excitado. (Irvine, 1981)
Figure 1. Diagram showing displacements of a stimulated cable (Irvine, 1981)

Este equilibrio se puede escribir de la siguiente forma:

Such balance can be described as follows:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial s} \left\{ (T + \tau) \left(\frac{dx}{ds} + \frac{\partial u}{\partial s} \right) \right\} &= m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ \frac{\partial}{\partial s} \left\{ (T + \tau) \left(\frac{dz}{ds} + \frac{\partial w}{\partial s} \right) \right\} &= m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - mg \\ \frac{\partial}{\partial s} \left\{ (T + \tau) \frac{dv}{ds} \right\} &= m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (1)$$

Donde u y w son las componentes horizontal y vertical respectivamente del plano en movimiento, v es la componente que sale del plano y τ es la tensión adicional generada por la vibración.

Where u and w are horizontal and vertical components of the moving plane, respectively, v is the component that moves away from the plane and τ is the additional tension generated by vibration.

Luego de simplificar las ecuaciones y descartar su componente horizontal, estas pueden ser reducidas:

After simplifying the equations and discarding its horizontal component, they might be reduced to:

$$H \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + h \frac{d^2 z}{dx^2} = m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (2)$$

Donde

$$H \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (3)$$

Según la respuesta estática, h es la componente horizontal adicional de tensión y está en función del tiempo. La ecuación de primer orden del cable puede ser escrita como:

According to the static response, h is tension additional horizontal component expressed in function of time. The first order equation for the cable may be expressed as:

$$h \left(\frac{ds}{dx} \right)^3 \frac{1}{EA} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{dz}{dx} \frac{\partial w}{\partial x} \quad (4)$$

Integrando:

Integrating:

$$\frac{hL_e}{EA} = \frac{mg}{H} \int_0^1 w dx \quad (5)$$

Debido a que el modo horizontal del cable no genera una amplitud suficientemente grande en comparación con los modos que consideran la componente vertical, este es descartado, por lo que solo se trabaja con el plano vertical [Fuente: Irvine 1981].

The cable horizontal mode is discarded, as it does not generate a big enough amplitude in comparison to the modes considered in the vertical component, therefore, the work is developed on the vertical plane only [Irvine, M. H, 1981].

Movimientos fuera del plano

Los modos de vibración serán considerados inicialmente debido a su facilidad de análisis. Escribiendo $v(x,t)=\tilde{v}(x)e^{i\omega t}$, donde ω es la frecuencia angular de vibración. La Ecuación 3 puede ser reducida a (Irvine 1981):

$$H \frac{d^2 \tilde{v}}{dx^2} + m\omega^2 \tilde{v} = 0 \quad (6)$$

Teniendo como condiciones iniciales que $\tilde{v}(0) = \tilde{v}(l) = 0$, donde se determina que las frecuencias naturales y los modos asociados son:

$$\omega_n = \frac{n\pi}{l} \left(\frac{H}{m} \right)^{1/2} \quad (7)$$

Dependiendo si se tiene en cuenta el efecto de catenaria y de rigidez a flexión, los métodos de vibración pueden ser clasificados en cuatro categorías. La primera categoría no tiene en cuenta el efecto de catenaria ni la rigidez a flexión, se puede escribir como la siguiente Ecuación:

$$T = 4mL^2 \left(\frac{f_n}{n} \right)^2 \quad (8)$$

Donde:

- T es la tensión del cable.
- m es la masa del cable.
- L es la longitud del cable.
- f_n denota la n frecuencia natural.

Esta fórmula es válida para un cable delgado y largo.

La segunda categoría se refiere a la teoría moderna de cables. Cuando se considera la rigidez a flexión del cable se debe recurrir a la siguiente Ecuación:

$$\left(\frac{f_n}{n} \right)^2 = \left(\frac{1}{4mL^2} \right) T + \left(\frac{n^2 \pi^2}{4mL^2} \right) EI \quad (9)$$

Donde "EI" representa la rigidez a flexión del cable. [Fuente: Irvine 1981].

2.2.2 Análisis de cables por elementos finitos

Este suele hacerse a través de un grupo definido de elementos finitos, los cuales son: elementos de dos nodos tipo *Truss* (ANSYS, 2009), elementos de múltiples nodos – los cuales tienen la ventaja de tener funciones de forma de mayor orden, aunque requieren de integración numérica– y finalmente, elementos curvos con grados de libertad rotacionales. El elemento de dos nodos es el más común de los anteriormente mencionados, la matriz de rigidez de este es básicamente la de un elemento sometido a efectos axiales, sin embargo, presenta una serie de limitaciones que lo hacen aplicable a solo ciertos casos específicos.

Movements out of the plane

Vibration modes will be initially considered due to their analysis simplicity. Writing $v(x,t)=\tilde{v}(x)e^{i\omega t}$ where ω is the vibration angular frequency. Equation 3 can be simplified as follows (Irvine, 1981):

$$H \frac{d^2 \tilde{v}}{dx^2} + m\omega^2 \tilde{v} = 0 \quad (6)$$

Taking as initial condition that $\tilde{v}(0) = \tilde{v}(l) = 0$, thus determining that natural frequencies and associated modes are:

$$\omega_n = \frac{n\pi}{l} \left(\frac{H}{m} \right)^{1/2} \quad (7)$$

If the Catenary effect and flexure stiffness are taken into account, vibration methods can be classified into four categories. The first category does not consider catenary effect or flexure stiffness either, so the following equation can be established.

$$T = 4mL^2 \left(\frac{f_n}{n} \right)^2 \quad (8)$$

Where:

- T is cable tension
- m is cable mass
- L is cable length
- f_n denotes natural frequency n

This formula is valid for a thin and long cable.

The second category is referred to the cables modern theory. When cable flexure stiffness is considered, the following equation shall be employed:

$$\left(\frac{f_n}{n} \right)^2 = \left(\frac{1}{4mL^2} \right) T + \left(\frac{n^2 \pi^2}{4mL^2} \right) EI \quad (9)$$

Where EI represents cable flexure stiffness

2.2.2. Basic theory of finite elements method

If the element analysis is performed by means of finite elements, it is generally conducted by using a defined set of finite element, such as: two nodes elements of *Truss* type (ANSYS, 2009), multiple nodes elements – having the advantage of counting with form-follows functions of higher order, although they require a numerical integration – and finally curve elements with free rotational degrees. Two nodes elements is the most common of them, its tangential stiffness matrix is basically the same as that on an element enduring axial effects. However, it has several restrictions that make it applicable only on some specific cases.

Dentro de las consideraciones, está que el cable a modelar debe tener una longitud no muy larga y una pre-tensión alta, para la correcta modelación se debe calcular un módulo de rigidez axial efectivo (para tener en cuenta el efecto de catenaria). A continuación se muestra la matriz de rigidez tangencial del elemento truss.

$$K_{\text{tangencial}} = \left(\frac{A * \hat{E}}{L} \right) * \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Donde el valor de “ \hat{E} ” es el módulo de elasticidad equivalente (para considerar el efecto de catenaria), el cual puede ser calculado por medio de la expresión (fórmula de Dischinger):

$$\hat{E} = E \frac{1}{1 + \frac{1}{12} * \left(\frac{\gamma l}{T} \right)^2 * EAT} \quad (11)$$

Donde:

γ es el peso por unidad de longitud del cable.

l es la proyección horizontal del cable.

T la tensión interna del elemento.

A el área y

E el módulo de Young.

Among considerations we find that the cable to be modeled shall not have a too long length and it shall be highly pre-tensioned; for a correct modeling, a modulus effective axial stiffness must be calculated (in order to consider catenary effect). The tangential stiffness matrix of a catenary-type element is shown as follows:

Where “ \hat{E} ” value is the equivalent elasticity modulus (considering catenary effect), which can be calculated by means of expression (Dischinger's formula):

Where:

γ is the weight per cable length unit

l is the horizontal projection of the cable

T is the inner tension of the element

A is γ area

E is Young modulus

Es habitual no usar la proyección horizontal del cable sino la proyección del peso en la componente local del cable. Además de la matriz tangencial, se requiere de una matriz adicional de rigidez geométrica, función de la tensión:

$$\text{geométrica} = \left(\frac{T}{L} \right) * \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Esta matriz le da estabilidad al cálculo del elemento; no obstante, adicional a esta información, es necesario utilizar fórmulas de interpolación –funciones de forma y demás expresiones– que describan la geometría de la catenaria, si se realiza el cálculo con una condición no deformada, los resultados no serían adecuados –para un análisis modal, este método puede permitir la aparición de eigen-valores imaginarios producto del grado de precisión con que se calculó la geometría del elemento–.

El elemento multinodal es una versión más sólida del elemento de dos nodos en cuanto a precisión y convergencia, las limitaciones siguen siendo similares por lo que su aplicabilidad continúa siendo relativa a cables con deformaciones pequeñas, de lo contrario, se requeriría de una gran cantidad de elementos para evitar errores de convergencia. Finalmente, el modelo con elementos curvos es el más efectivo de estos, al usar un elemento sencillo de dos nodos sin necesidad de nodos internos que puede ser utilizado para pequeñas deflexiones, como ocurre en el caso de puentes atirantados y así mismo para grandes deflexiones en cables de puentes colgantes (esto también implica que el elemento permita analizar cables cortos y largos de puentes atirantados con igual precisión).

Replacing the use of cable horizontal projection by the weight projection on the cable local component is quite common, in order to factorize a cosine with one of two values. Beyond the tangential matrix, and additional geometric stiffness matrix and tension function are required:

This matrix provides stability for the element calculation. However, in addition to this information, it is necessary to employ interpolation - form follows functions equations and other expressions to describe catenary geometry. If calculation is performed using a non deformed condition, results will not be appropriated – for a modal analysis, this method may allow the appearance of imaginary Eigen-values as the result of the accuracy degree employed for calculating the element geometry.

The multimodal element is a more solid version of two-node element, as far as accuracy and convergence are concerned. Restrictions are still similar, therefore, its applicability is still relative on cables having little deformations, and otherwise, a great number of elements would be required in order to avoid convergence errors (it would also involve longer processing time). Finally, the element with curve elements is the most effective of all. It uses a simple two-node element - not requiring inner nodes - and may be used for little deflections, as the case of cable-stayed bridges (it also implies that the element enables the analysis for short and long cables on cable-stayed bridges with the same accuracy).



Elemento de cable curvo: Elemento catenaria (Thai y Kim, 2010), (Karoumi, 1997)

Este elemento está basado en las expresiones analíticas exactas del elemento de catenaria elástico, dentro de las consideraciones se tiene que el cable es perfectamente flexible y que el peso propio está distribuido a lo largo de su longitud, también se considera constante el valor del área transversal del cable, tal como se ve en la Figura 2.

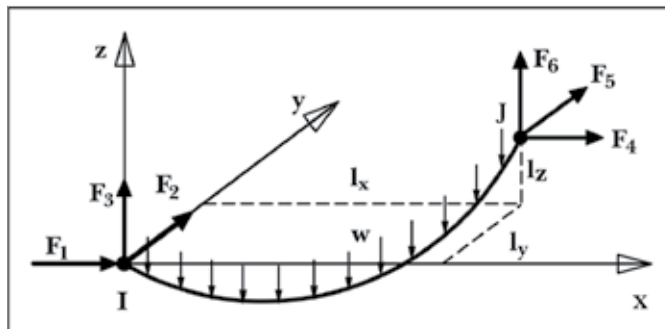


Figura 2. Elemento tridimensional de catenaria. (Thai y Kim, 2010)
Figure 2. Catenary three-dimensional element (Thai y Kim, 2010)

Las Ecuaciones de equilibrio para el cable son las siguientes (en coordenadas lagrangianas):

$$T \left(\frac{dx}{dp} \right) = -F_1 \quad (13)$$

$$T \left(\frac{dy}{dp} \right) = -F_2 \quad (14)$$

$$T \left(\frac{dz}{dp} \right) = -F_3 + ws \quad (15)$$

Donde:

F_1 , F_2 y F_3 son las reacciones en x , y y z , respectivamente.
 w es el peso por unidad de longitud.
 S es la longitud de la cuerda (la longitud curva deformada).

Por estática se puede expresar la tensión como la suma de las componentes de las reacciones:

$$T(s) = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + (F_3 - ws)^2} \quad (16)$$

De igual forma, la tensión puede ser relacionada con la deformación unitaria por medio de la ley de Hooke a partir de la siguiente expresión:

$$T = EA\varepsilon = EA \left(\frac{dp - ds}{ds} \right) = EA \left(\frac{dp}{ds} - 1 \right) \quad (17)$$

Siendo E el módulo de Young y A el área transversal.

Curve cable element: Catenary Element (Thai and Kim, 2010) and (Karoumi, 1997)

This element is based on identical analytical expressions of elastic catenary element, among considerations we find that the cable is perfectly flexible and its own weight is distributed alongside its length. The constant value of cable transversal area is also considered, as shown on Figure 2.

Balance cable equations are the following (in lagrangian coordinates):

$$T \left(\frac{dx}{dp} \right) = -F_1 \quad (13)$$

$$T \left(\frac{dy}{dp} \right) = -F_2 \quad (14)$$

$$T \left(\frac{dz}{dp} \right) = -F_3 + ws \quad (15)$$

Where:

F_1 , F_2 and F_3 are reactions in x , y and z , respectively.
 w is the weigh per length unit
 S is string length (curve deformed length)

By statics, tension can be expresses as the addition of components reactions:

$$T(s) = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + (F_3 - ws)^2} \quad (16)$$

Similarly, tension can be related with unit deformation by means of Hooke's law, based on the following expression:

$$T = EA\varepsilon = EA \left(\frac{dp - ds}{ds} \right) = EA \left(\frac{dp}{ds} - 1 \right) \quad (17)$$

Where E is Young modulus and A is the transverse area

Las relaciones entre las coordenadas lagrangianas y cartesianas son las siguientes:

Relations between lagrangian and Cartesian coordinates are the following:

$$x(s) = \int \frac{dx}{ds} ds = \int \frac{dx dp}{dp ds} ds \tag{18}$$

$$y(s) = \int \frac{dy}{ds} ds = \int \frac{dy dp}{dp ds} ds \tag{19}$$

$$z(s) = \int \frac{dz}{ds} ds = \int \frac{dz dp}{dp ds} ds \tag{20}$$

Las cuales presentan las siguientes condiciones de frontera: $x(0) = y(0) = z(0) = 0$, $x(L_0) = l_x$, $y(L_0) = l_y$, $z(L_0) = l_z$. A partir de las anteriores expresiones, es posible formular las longitudes proyectadas del cable en los tres ejes del siguiente modo:

They present the following boundary conditions: $x(0) = y(0) = z(0) = 0$, $x(L_0) = l_x$, $y(L_0) = l_y$, $z(L_0) = l_z$. From above expressions, it is possible to formulate cable projected lengths on the three axes, as follows:

$$l_x = -\frac{F_1 L_0}{EA} - \frac{F_1}{w} \left\{ \ln \left[\sqrt{F_1^2 + F_2^2 + (wL_0 - F_3)^2} + wL_0 - F_3 \right] - \ln \left(\sqrt{F_1^2 + F_2^2 + F_3^2} - F_3 \right) \right\} \tag{21}$$

$$l_y = -\frac{F_2 L_0}{EA} - \frac{F_2}{w} \left\{ \ln \left[\sqrt{F_1^2 + F_2^2 + (wL_0 - F_3)^2} + wL_0 - F_3 \right] - \ln \left(\sqrt{F_1^2 + F_2^2 + F_3^2} - F_3 \right) \right\} \tag{22}$$

$$l_z = -\frac{F_3 L_0}{EA} + \frac{wL_0^2}{2EA} + \frac{1}{w} \left[\sqrt{F_1^2 + F_2^2 + (wL_0 - F_3)^2} - \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + F_3^2} \right] \tag{23}$$

(25)

De modo que l_x , l_y y l_z son respectivamente función de F_1 , F_2 y F_3 .

So that l_x , l_y and l_z are respectively in function of F_1 , F_2 and F_3

$$\begin{aligned} l_x &= f(F_1, F_2, F_3) \\ l_y &= g(F_1, F_2, F_3) \\ l_z &= h(F_1, F_2, F_3) \end{aligned}$$

Luego, la matriz de rigidez y las correspondientes fuerzas internas del elemento pueden ser obtenidas a partir de un proceso iterativo de las anteriores funciones, derivando a ambos lados estas expresiones se obtienen las siguientes ecuaciones:

Then the stiffness matrix and the matrixes corresponding to the element inner forces may be obtained from an iterative process of above functions; by deriving both sides of these expressions, the following equations are achieved:

$$dl_x = \frac{\partial f}{\partial F_1} dF_1 + \frac{\partial f}{\partial F_2} dF_2 + \frac{\partial f}{\partial F_3} dF_3 \tag{24}$$

$$dl_y = \frac{\partial g}{\partial F_1} dF_1 + \frac{\partial g}{\partial F_2} dF_2 + \frac{\partial g}{\partial F_3} dF_3 \tag{25}$$

$$dl_z = \frac{\partial h}{\partial F_1} dF_1 + \frac{\partial h}{\partial F_2} dF_2 + \frac{\partial h}{\partial F_3} dF_3 \tag{26}$$

Las cuales se pueden expresar igualmente en forma matricial:

They can be equally expressed in a matrix form:

$$\begin{pmatrix} dl_x \\ dl_y \\ dl_z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} dF_1 \\ dF_2 \\ dF_3 \end{pmatrix} = \mathbf{F} \begin{pmatrix} dF_1 \\ dF_2 \\ dF_3 \end{pmatrix} \tag{27}$$

En donde "f" es la matriz de flexibilidad cuyas componentes son:

Where *f* is the flexibility matrix, which components are:

$$f_{11} = -\left(\frac{L_0}{EA} + \frac{1}{w} \ln \frac{T_j + F_6}{T_i - F_3}\right) + \frac{F_1^2}{w} \left[\frac{1}{T_i(T_i - F_3)} - \frac{1}{T_j(T_j - F_6)} \right] \quad (28)$$

$$f_{12} = f_{21} = \frac{F_1 F_2}{w} \left[\frac{1}{T_i(T_i - F_3)} - \frac{1}{T_j(T_j - F_6)} \right], f_{13} = f_{31} = \frac{F_1}{w} \left[\frac{1}{T_j} - \frac{1}{T_i} \right] \quad (29)$$

$$f_{22} = -\left(\frac{L_0}{EA} + \frac{1}{w} \log \frac{T_j + F_6}{T_i - F_3}\right) + \frac{F_2^2}{w} \left[\frac{1}{T_i(T_i - F_3)} - \frac{1}{T_j(T_j - F_6)} \right] \quad (30)$$

$$f_{23} = f_{32} = \frac{F_2}{w} \left[\frac{1}{T_j} - \frac{1}{T_i} \right], f_{33} = \frac{L_0}{EA} - \frac{1}{w} \left[\frac{F_6}{T_j} + \frac{F_3}{T_i} \right] \quad (31)$$

"Ti" y "Tj" son las tensiones al inicio y al final del elemento, que pueden ser calculadas como:

T_i and *T_j* are tensions at the beginning and at the end of the element that can be calculated as:

$$T_i = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + F_3^2} \quad (32)$$

$$T_j = \sqrt{F_4^2 + F_5^2 + F_6^2} \quad (33)$$

Del mismo modo *F₄*, *F₅* y *F₆* pueden ser calculadas como:

Similarly, *F₄*, *F₅* and *F₆* can be calculated as:

$$F_4 = -F_1 \quad (34)$$

$$F_5 = -F_2 \quad (35)$$

$$F_6 = -wL_0 \quad (36)$$

Ahora bien, la matriz de rigidez es el resultado de calcular la inversa de la matriz *f*:

Therefore, stiffness matrix comes from the result of inversely calculating the matrix *f*:

$$K = F^{-1} = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{bmatrix}^{-1} \quad (37)$$

Finalmente, la matriz de rigidez tangencial del elemento sería:

Finally, the element tangential stiffness matrix would be:

$$K_T = \begin{bmatrix} -K & K \\ K & -K \end{bmatrix} \quad (38)$$

Una vez obtenidos los valores, es posible calcular la geometría del elemento además de su longitud inicial y longitud deformada:

Once values are achieved, it is now possible to calculate the element geometry as well as its initial length and deformed length:

$$S = \sqrt{L_z^2 + (L_x^2 + L_y^2) \frac{\sinh^2 \lambda}{\lambda^2}} \quad (39)$$



Longitud deformada, donde λ es calculada como:

Deformed length, where λ is calculated as:

$$\lambda = \frac{w}{2} \sqrt{(I_x^2 + I_y^2) / (F_1^2 + F_2^2)} \quad (40)$$

La deflexión se calcula con la siguiente expresión (en la cual X está normalizado en función de la proyección horizontal).

Deflection is calculated using the following expression (where X is normalized in function of the horizontal projection).

$$Z_s = \lambda L [3 + (1 - 2X)\lambda \sin \theta] X(1 - X) / 3 \quad (41)$$

2.3 Desarrollo del algoritmo computacional

2.3 Development of a computer algorithm

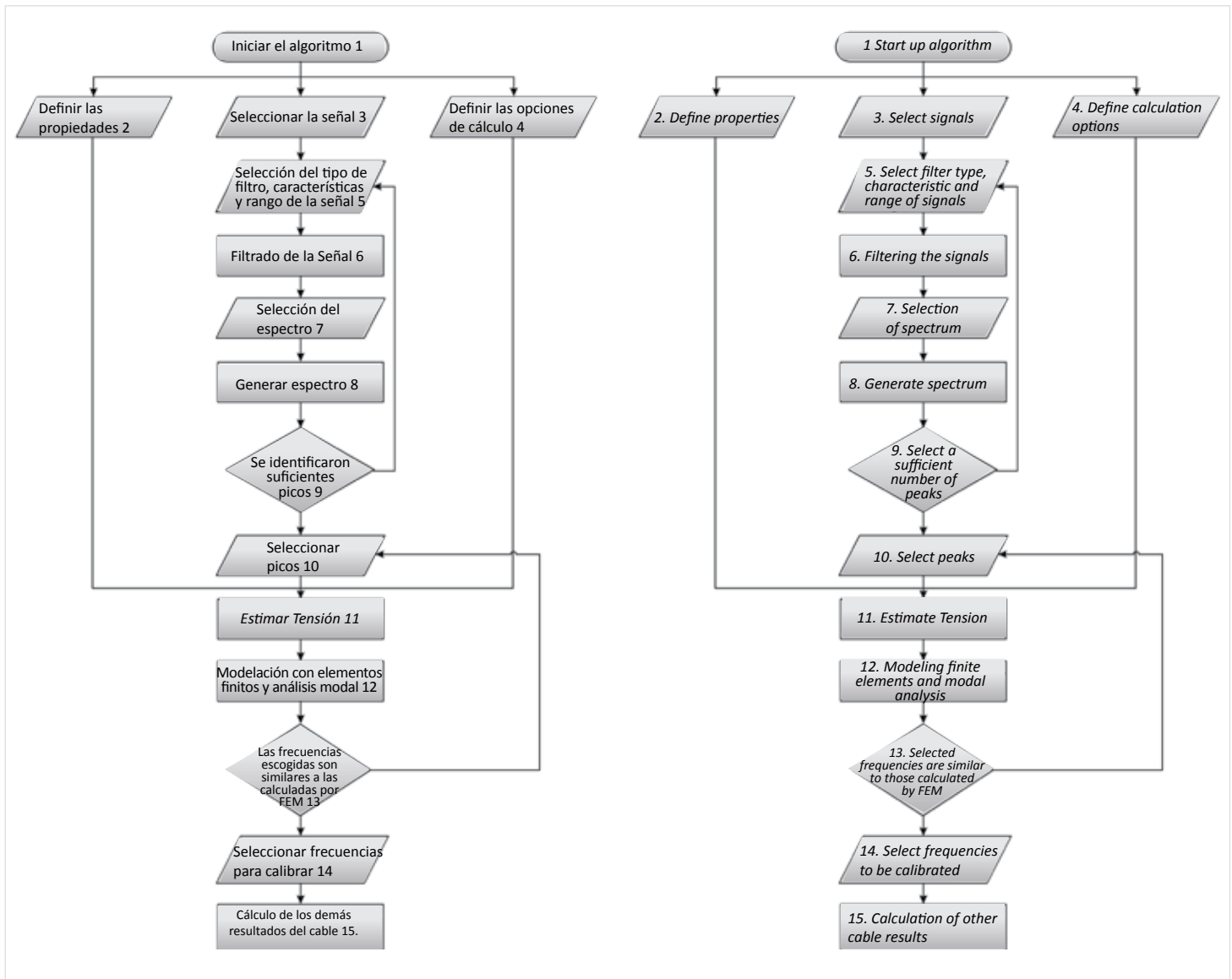


Figura 3. Diagrama de flujo del aplicativo computacional. (Avellaneda y Noguera 2011)

Figure 3. Flow diagram that explains the application software operation Source (Avellaneda y Noguera 2011).

Los parámetros de entrada son las propiedades y geometría del cable, el peso y la posición del acelerómetro y el archivo de las señales a utilizar provenientes de la instrumentación realizada. A partir de la modelación del cable y los resultados experimentales de las señales, se realiza el cálculo por medio una regresión múltiple Figura 4.

The input parameters are the properties and geometry of the cable, the weight and position of the accelerometer and the file to use signals from the instrumentation performed. From the cable modeling and experimental results of the signals, the calculation is performed using a multiple regression (See Figure 4).

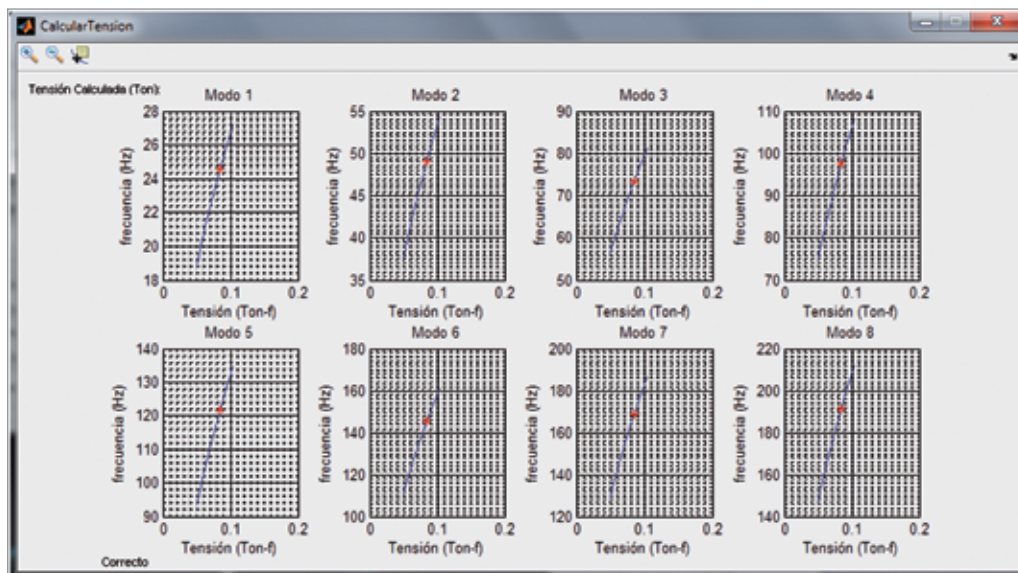


Figura 4. Tensión calculada (Regresión múltiple). (Avellaneda y Noguera 2011)

Figure 4. Shows the graph that depicts tension calculated for each one of the modes. (Avellaneda and Noguera 2011)

La determinación del espectro se realiza a través de la transformada de Fourier, MUSIC, eigen-vectores o covarianza modificada. Estos métodos son ideales para obtener una noción clara de cuál debe ser el valor de los picos que se van a identificar, por lo que el uso de estos espectros en conjunto con análisis modal permite rectificar la selección de picos.

2.4 Diseño y construcción del modelo a escala

Para el diseño de este prototipo se realizó inicialmente un modelo en SAP2000, con el cual se pudo revisar que las deformaciones fuesen pequeñas, de tal forma que no afectaran las condiciones de frontera al instrumentar los tirantes. el modelo se muestra en la Figura 5 y 6.

The determination of the spectrum is performed by the Fourier transform, MUSIC, eigen-vectors and covariance modified. These methods are ideal for a clear understanding of what should be the value of the peaks to be identified, so that the use of these spectra in conjunction with modal analysis allows the selection of correct peaks.

2.4 Design and construction of scale model

For the design of this prototype, a model developed by SAP2000 was initially created, where potential deformation endured by the pylon subject to straps loads was estimated, by making sure it was very low, so that it would not affect boundary conditions when implementing the straps. In this way, it was concluded that the model theoretically meets the requirements because conducted measures show similar results to the expected ones, as shown on Figure 5 and Figure 6.

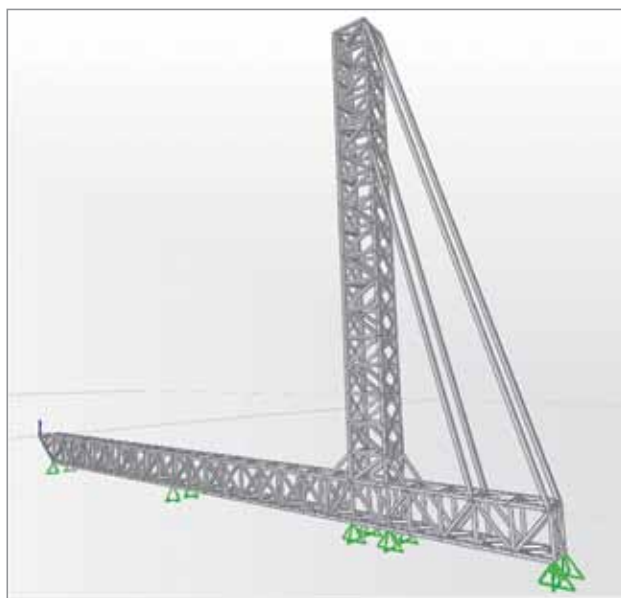


Figura 5. Modelo computacional del prototipo a escala del puente, realizado en SAP2000. (Avellaneda y Noguera, 2011)
Figure 5. Theoretical software model for a bridge scale prototype, developed by SAP2000. (Avellaneda and Noguera 2011).



Figura 6. Modelo a escala construido. (Avellaneda y Noguera, 2011)

Figure 6. Finished scale model. (Avellaneda and Noguera, 2011)

2.5 Calibración en laboratorio

Calibración cable 1

Inicialmente se introdujo al programa las propiedades generales del cable y que se pueden observar en la Tabla 2.

2.5 Calibration at the Laboratory

Calibration Cable 1

The cable general properties were entered into the program, which can be observed on Table 2.

Tabla 2. Propiedades del cable 1 usadas para la calibración del algoritmo computacional. (Avellaneda y Noguera 2011)

Table 2. Properties of cable 1 employed for the calibration of computer algorithm. (Avellaneda y Noguera 2011).

| Propiedades del cable/ Cable properties | |
|--|--------------------------------|
| Proyección horizontal/Horizontal projection | 2.435 m |
| Proyección vertical/Vertical projection | 1.960 m |
| Área/Area | 7.917E-06 m ² |
| Peso por unidad de longitud/Weight per unit length | 0.0352 kg/m |
| Módulo de Young/Young modulus | 213772.92 kg-f/cm ² |

Luego se filtró la señal para un rango evaluado, tal como se ve en la Figura 7, este procedimiento se realizó para las tres señales restantes de las otras cargas. El siguiente filtro está realizado con la señal de la carga de 84.87 kg.

The signal was filtered for an evaluated range, as shown on Figure 7. This procedure was executed for the three remaining signals from other loads. The following filter is conducted with a load signal of 84.87 kg.

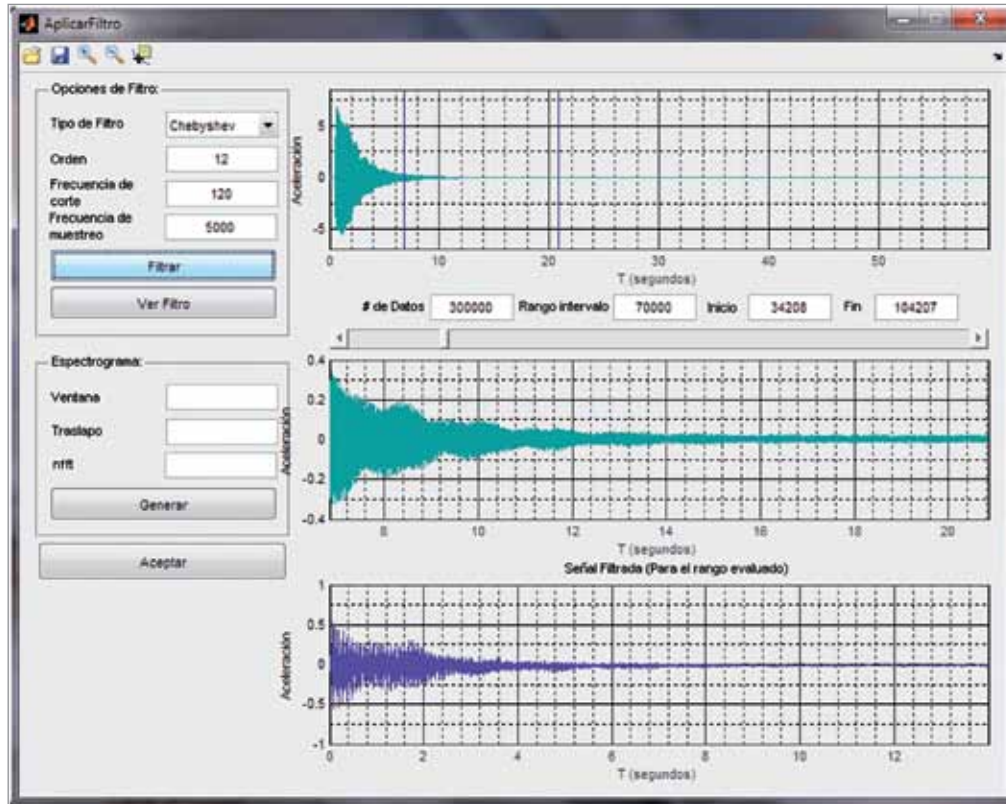


Figura 7. Señal del cable 1 filtrada. (Avellaneda y Noguera, 2011)

Figure 7. Cable signals filtered. (Avellaneda and Noguera, 2011)

Los análisis para las cuatro tensiones aplicadas en orden ascendente se pueden observar en las Figuras 8, 9, 10 y 11 respectivamente.

The analyses on four applied tensions, in ascendant order, can be observed on Figures 8, 9, 10 and 11, respectively.

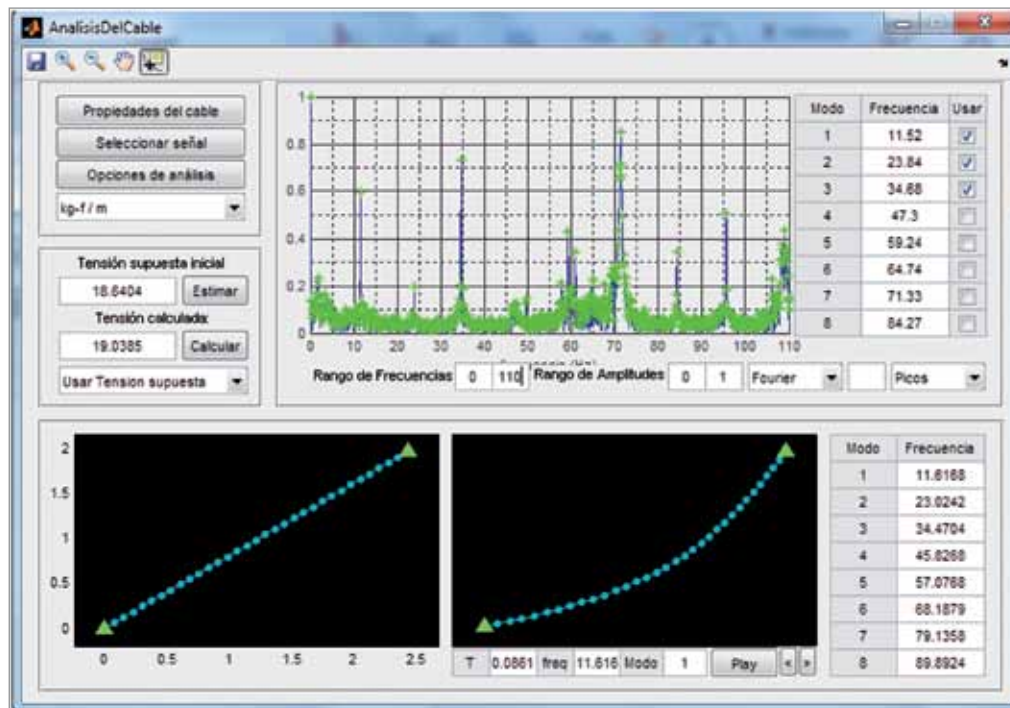


Figura 8. Análisis del cable 1 con la tensión de 19.43 kg aplicada. (Avellaneda y Noguera, 2011)

Figure 8. Analysis of cable 1 with tension of 19.43 kg. (Avellaneda and Noguera, 2011)

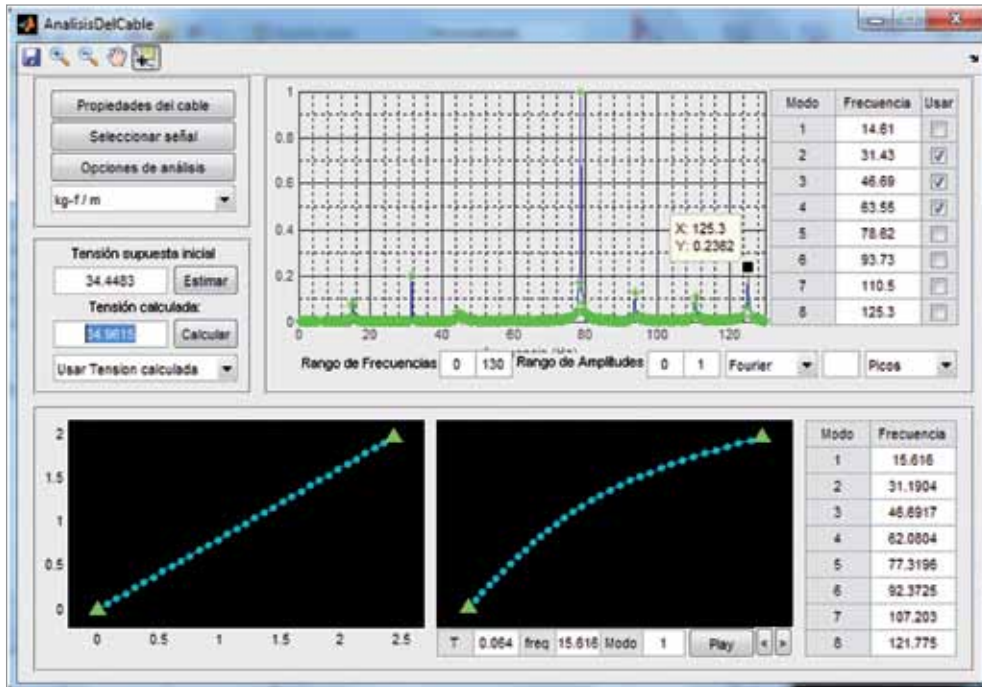


Figura 9. Análisis del cable 1 con la tensión de 34.69 kg aplicada. (Avellaneda y Noguera, 2011)
Figure 9. Analysis of cable 1 with applied tension of 34.69 kg. (Avellaneda and Noguera, 2011)

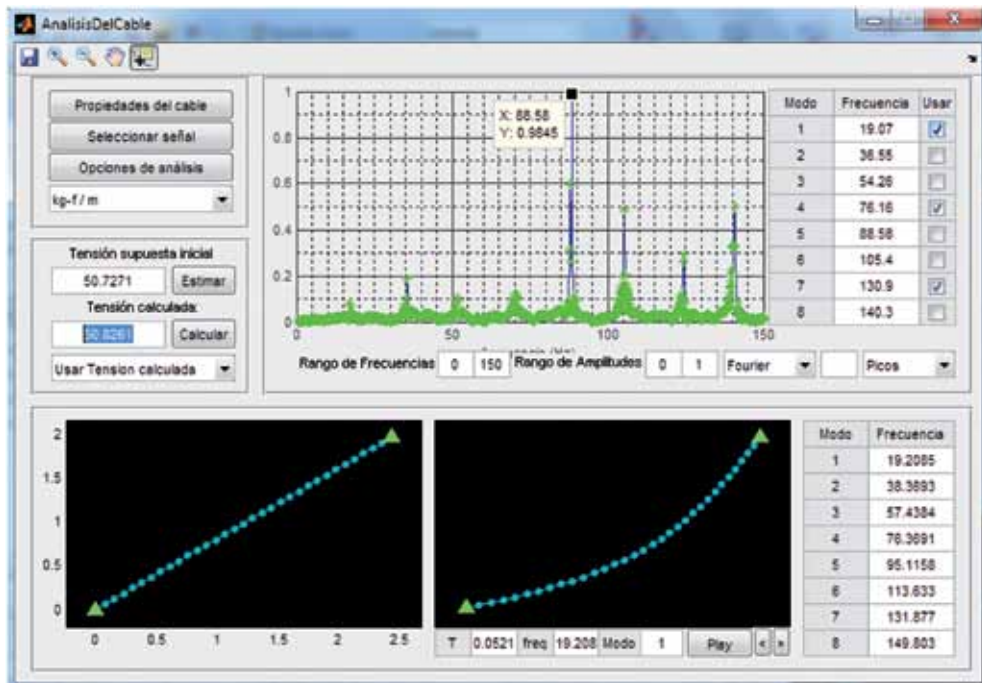


Figura 10. Análisis del cable 1 con la tensión de 51.47 kg aplicada. (Avellaneda y Noguera, 2011)
Figure 10. Analysis of cable 1 with applied tension of 51.47 kg. (Avellaneda and Noguera, 2011)

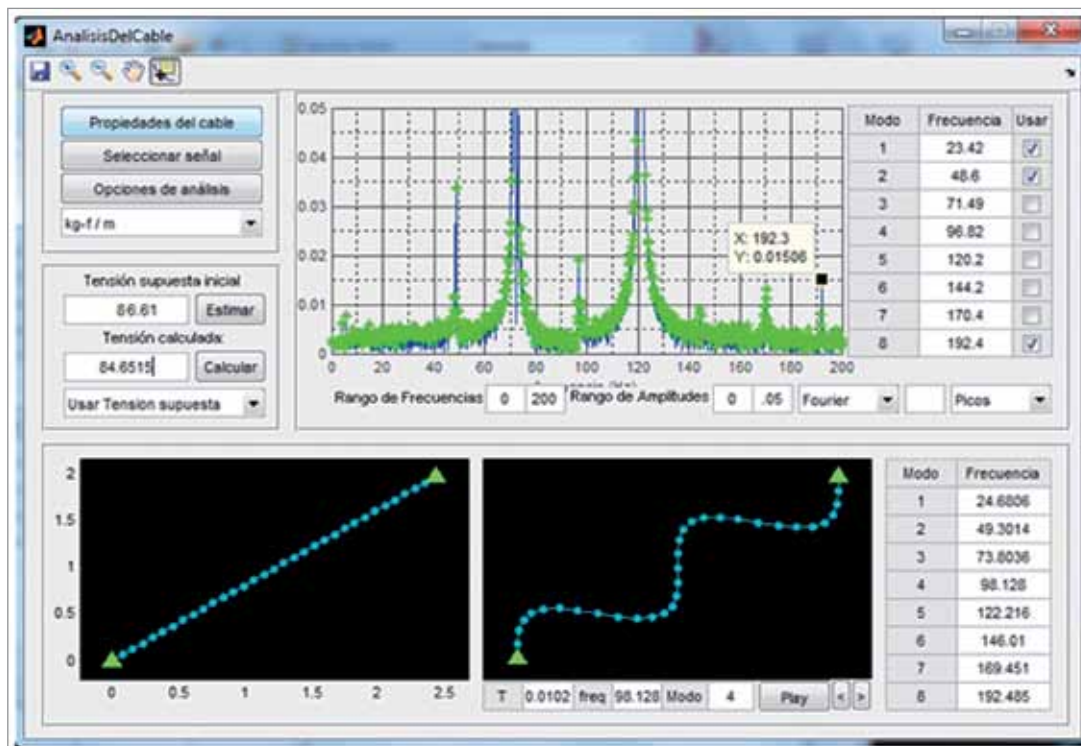


Figura 11. Análisis del cable 1 con la tensión de 84.87 kg aplicada. (Avellaneda y Noguera, 2011)

Figure 11. Analysis of cable 1 with applied tension of 84.87 kg. (Avellaneda and Noguera, 2011)

Finalmente, del análisis se puede observar en la Tabla 3 la comparación de la tensión real aplicada al cable y la tensión calculada con el algoritmo computacional calibrado.

Finally, from the analysis the comparison of real tension applied on the cable and the tension calculated by the computational calibrated algorithm can be observed on Table 3.

Tabla 3. Comparación de los resultados experimentales con los calculados para el cable 1. (Avellaneda y Noguera, 2011)
Table 3. Comparison between experimental results and the ones calculated for the cable. (Avellaneda and Noguera, 2011)

| Tensión aplicada/ <i>Applied tension</i> | Tensión calculada/ <i>Calculated tension</i> | % Error |
|--|--|---------|
| 19.4370 kg | 19.0385 kg | 2.05 |
| 34690 kg | 34.9615 kg | 1.43 |
| 51.4770 kg | 50.8261 kg | 1.26 |
| 84870 kg | 84.6515 kg | 0.98 |

2.6 Validación del desarrollo en tirantes reales

Para la validación de este método se hicieron pruebas en tirantes del puente atirantado Gilberto Echeverri Mejía durante su proceso de construcción en Medellín Colombia. Su longitud total es de 560 m de los cuales 213 m corresponden a un puente atirantado y los 347 m restantes están distribuidos en puentes continuos con dos viaductos de acceso. Este puente cuenta con tres planos diferentes de tirantes que salen de los dos pilones de 47 m de altura y se encargan de mantener suspendido un tablero –preesforzado y con múltiples dovelas– de 40.5 m de ancho con cuatro carriles en cada sentido, andenes amplios y un separador con jardines.

El puente consta de 51 tirantes; 18 en el primer plano lateral, 17 en el segundo plano lateral y 16 en el plano central.

2.6 Bridge characteristics

Gilberto Echeverri Mejía Bridge is located between 2nd street, west side and the 4th street, east side. The bridge crosses Medellín River, the subway railway and Las Vegas Avenue. Its total length is 560 m, 213 m out of them correspond to a cable-stayed bridge and the remaining 347 m are distributed on successive bridges having two access viaducts. This bridge has three different straps planes coming from two pylons of 47 m height, which suspend deck – reinforced with multiple dowels – of 40.5 m width having four lanes in each direction, wide walkways and a garden separator.

The bridge has 51 straps, 18 of them on the lateral plane, 17 on the second lateral plane and 16 on the central plane.

La separación de las torres es de 108 m, estas se apoyan en una cimentación conformada por dados de 1000 cm³ aproximadamente, que a su vez están soportados en 20 pilotes de 2 m de diámetro a 17.5 m de profundidad. Está conformado por tres vigas principales que coinciden con los tres planos de tirantes. Entre las vigas el tablero está compuesto por un aligeramiento con nervios cada 3 m, una placa superior y otra inferior. El avance del proyecto se puede observar en la Figura 12.

The distance between towers is 108 m. Towers are supported by a foundation made up of anchoring blocks of approximately 1000 cm³, which in turn are supported by 20 piles of 2 m diameter at 17.5 m depth. The bridge is made up by three main slabs matching the three straps planes. In between the slabs, deck is made up with a light weight structure with ribbed slabs every 3 m, an upper plate and a lower plate.



Figura 12. Puente Gilberto Echeverri Mejía en la ciudad de Medellín. (Gaona, 2011)

Figure 12. Gilberto Echeverri Mejía Bridge in Medellin City. (Gaona, 2011)

El tirante 18 es uno de los más largos de todo el puente. Para su análisis se utilizaron las propiedades que se muestran en la Tabla 4.

Strap 18 is one of the longest in the whole bridge. For its analysis, properties shown on Table 4 were employed.

Tabla 4. Propiedades del tirante 18. (Avellaneda y Noguera, 2011)

Table 4. Properties of Strap 18. (Avellaneda and Noguera, 2011)

| Tirante 18/ Strap 18 | | |
|---|--------------|--------------------|
| Propiedad/ Property | Valor/ Value | Unidades/ Units |
| Número de torones/ Cable strands amount | 85 | Un. |
| Área del torón/ Cable strand area | 1.4 | cm ² |
| Peso de un torón (grado 1860 (270))/ Cable strand weight (grade 1860 (270)) | 0.001 | Ton-f/m |
| Área total/ Total Area | 119 | cm ² |
| Área del ducto (250/7.7 mm)/ Duct area (250/7.7 mm) | 29.7722 | cm ² |
| Peso del ducto (HDPE)/ Duct weight (HDPE) | 0.0029 | Ton-f/m |
| Peso por unidad de longitud/ Weight per unit length | 0.097 | Ton-f/m |
| Módulo de elasticidad/ Elasticity modulus | 2.040.000 | kg/cm ² |
| Proyección horizontal/ Horizontal projection | 46 | M |
| Proyección vertical/ Vertical projection | 34 | M |
| Cuerda/ String | 57.2 | M |

Previo al análisis de la tensión que se realizó para el tirante 18, VSL Internacional suministró la tensión real que tenía este tirante ya que fue el último en el que hubo re-tensión, la cual fue de 658 Ton, tal como se ve en la Figura 13.

Before analyzing tension on strap 18, VSL International released the tension analysis conducted for strap 18, which was the last re-tensioned strap, enduring 658 ton, as observed on Figure 13.


|  | | Monitoreo de Tirantes / VSL Straps Monitoring | | | |
|---|---------------------|---|---|---|--|
| Proyecto: Puente Calle 4 sur Medellín/Project: 4th south street bridge, Medellín | | | Cliente: Constructora Concreto S.A./Client: Concreto Construction Company | | |
| Tirante/Strap | 18 cm | Nº de cordones/String courses number | 85 | String length | 57.2 m |
| Área Cordón/String courses area | 140 mm ² | Módulo Elasticidad/Elasticity modulus | 2.040.000 kg/cm ² | Jack area | 23.56 cm ² |
| Chuequeo N°/ Check # | Fecha/Date | Lectura Promedio/Average recording (Bar) | Fuerza Promedio/Average Strength (Ton) | Fuerza Total Tirante/Total strap strength (Ton) | Observaciones/Remarks |
| 1 | 10/14/2011 | 95 | 2.1 | 181 | Fuerza de Instalación/ Installation strength |
| 2 | 11/01/2011 | 190 | 4.4 | 375 | Chequeo/Cross check |
| 3 | 11/01/2011 | 329 | 7.7 | 658 | Retensado/Re-tensioning |

Figura 13. Monitoreo del tirante 18. Ref. Ing. Ciro Martínez, VSL Internacional. (Avellaneda y Noguera, 2011)

Figure 13. Monitoring of Strap 18, Re. Ciro Martinez, Eng.: VSL international. (Avellaneda and Noguera, 2011)

Cuando se instrumentó este tirante se tomaron tres señales diferentes, cada una en dos ejes, por lo que se cuenta con seis señales. Con cada una de ellas se realizó el análisis de la tensión que está reflejado a continuación.

When this strap was installed, three different signals were considered, each one in two axes, so that it now has six signals. Each signal was used to conduct tension analysis which is presented below:

• **Análisis con la señal 1:**

• **Analysis using signals 1:**

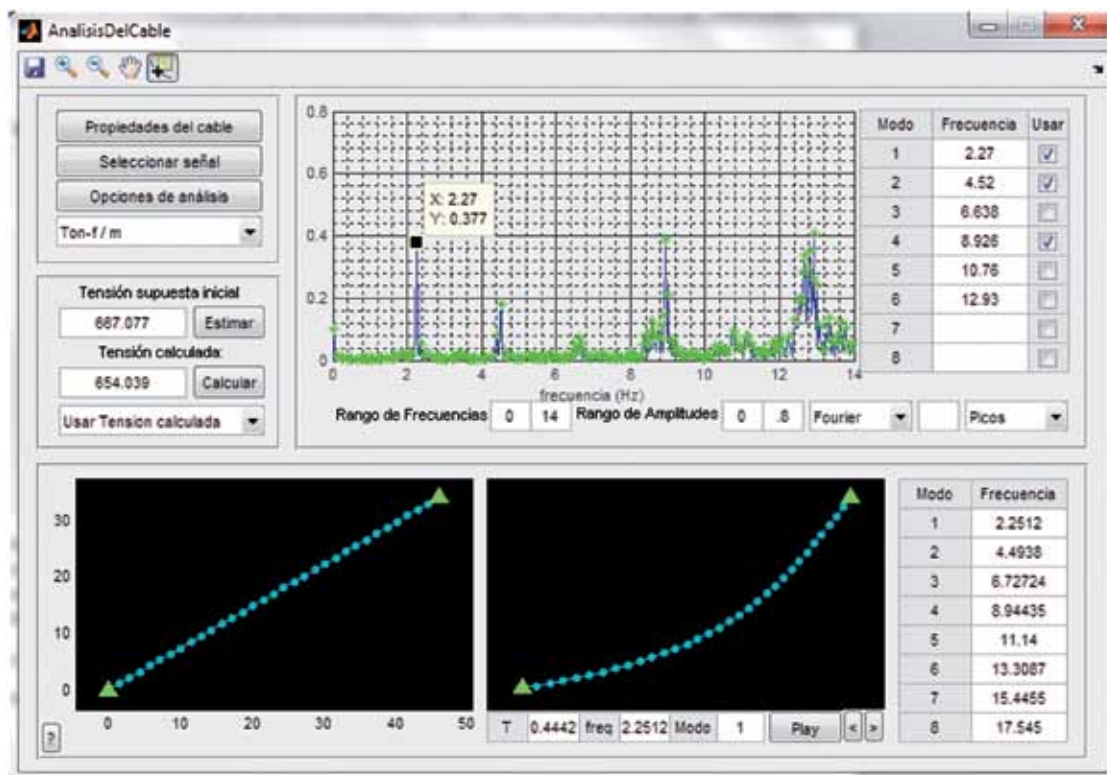


Figura 14. Resultados de la tensión del tirante 18 usando la señal 1. (Avellaneda y Noguera, 2011)

Figure 14. Results from tensioning strap 18 by using signals 1. (Avellaneda and Noguera, 2011)

Análisis con la señal 2:

Analysis using signals 2:

Transformada de Fourier:

Fourier:

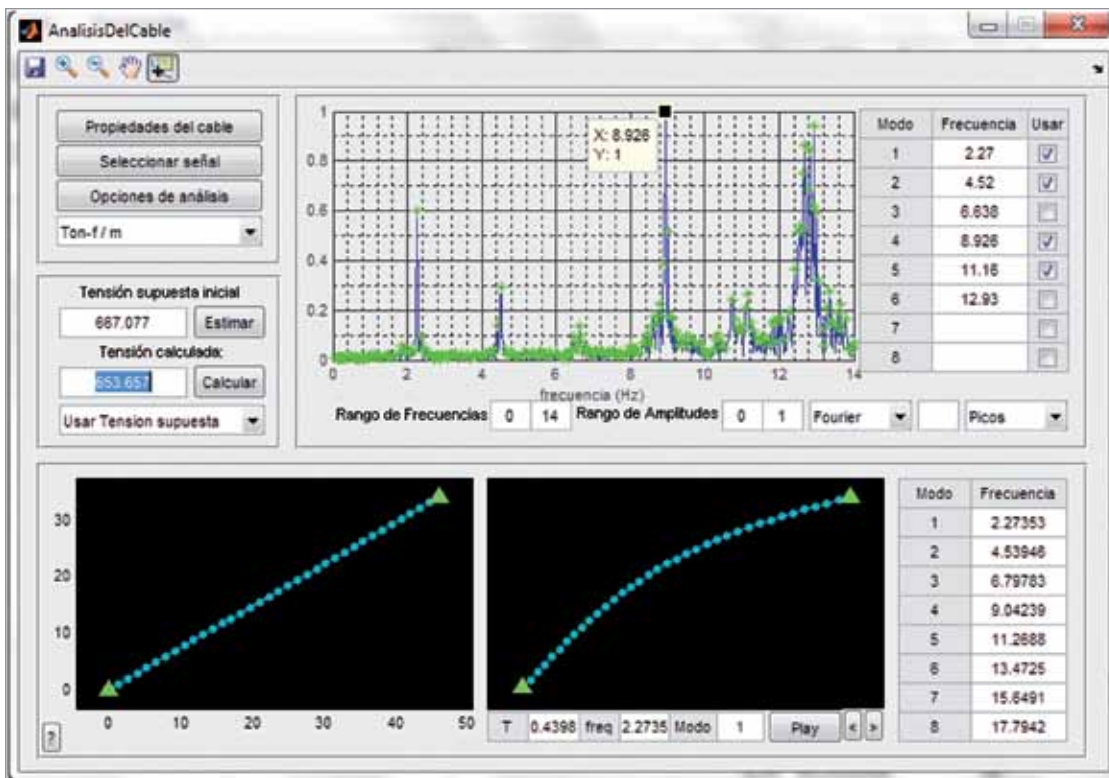


Figura 15. Resultados de la tensión del tirante 18 usando la señal 2 con Fourier. (Avellaneda y Noguera, 2011)

Figure 15. Results from tensioning strap 18 by using signals 2 with Fourier. (Avellaneda and Noguera, 2011)

MUSIC:

MUSIC:

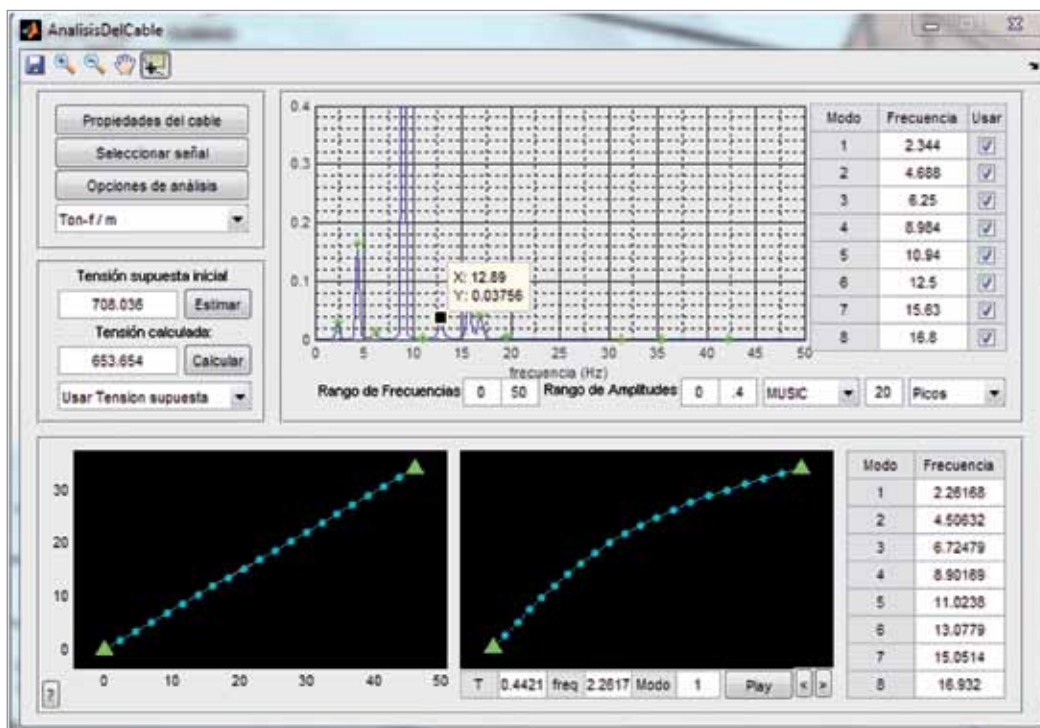


Figura 16. Resultados de la tensión del tirante 18 usando la señal 2 con MUSIC. (Avellaneda y Noguera, 2011)

Figure 16. Results from tensioning strap 18 by using signals 2 with MUSIC. (Avellaneda and Noguera, 2011)

Eigen-Vectores:

Eigen-Vectores:

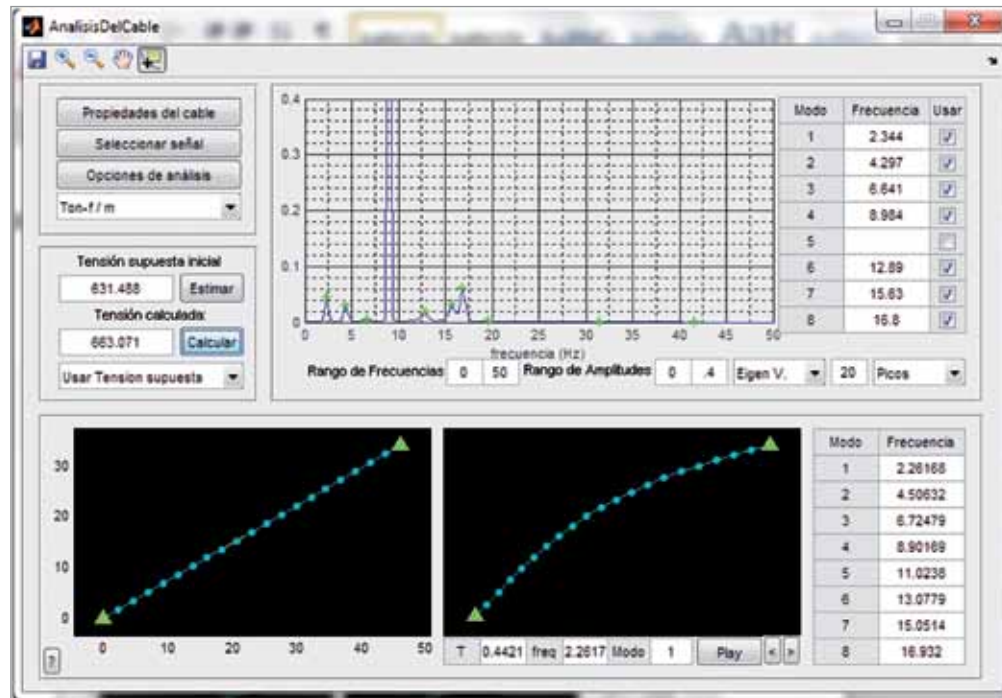


Figura 17. Resultados de la tensión del tirante 18 usando la señal 2 con eigen-vectores. (Avellaneda y Noguera, 2011)

Figure 17. Results from tensioning strap 18 by using signals 2 with Eigen-Vectors. (Avellaneda and Noguera, 2011)

Modified covariance:

Modified covariance:

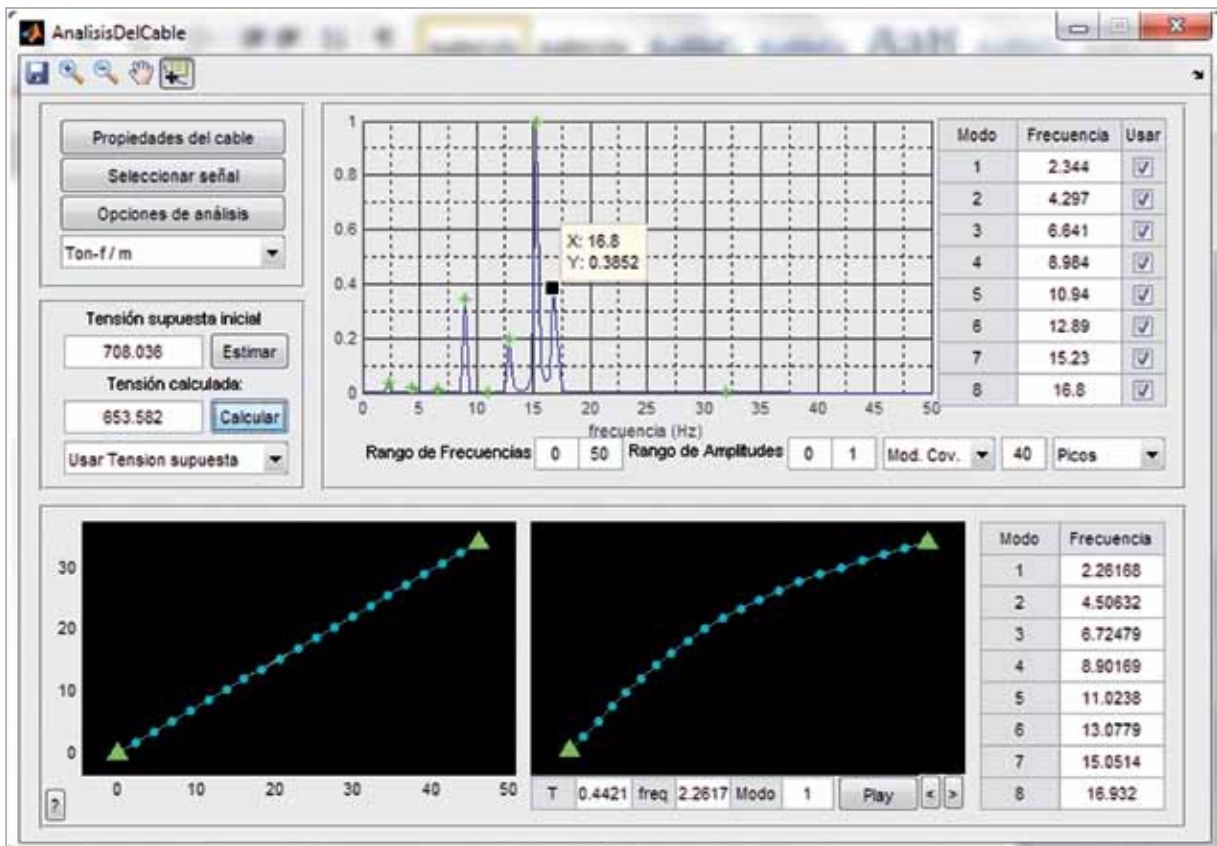


Figura 18. Resultados de la tensión del tirante 18 usando la señal 2 con Fourier. (Avellaneda y Noguera, 2011)

Figure 18. Results from tensioning strap 18 by using signals 2 with Fourier. (Avellaneda and Noguera, 2011)

Tabla 4. Tensión calculada para la señal 2 con los diferentes métodos de espectros. (Avellaneda y Noguera, 2011)
Table 4. Results of tension calculated for signals 2 with different spectrums methods. (Avellaneda and Noguera, 2011)

| | | | |
|--|---------|-------|---------|
| Tensión real (análisis para la señal 2/ Real tension (analysis for signals 2)) | 658.00 | Ton-f | % Error |
| Espectro de Fourier/ Fourier spectrum | 653,66 | Ton-f | 0,6600 |
| MUSIC | 653,654 | Ton-f | 0,6605 |
| Eigen-vectores/ Eigen-vectors | 663,071 | Ton-f | 0,7707 |
| Modified covariance/ Modified covariance | 653,582 | Ton-f | 0,6714 |

• **Análisis con la señal 3:**

• **Analysis using signals 3:**

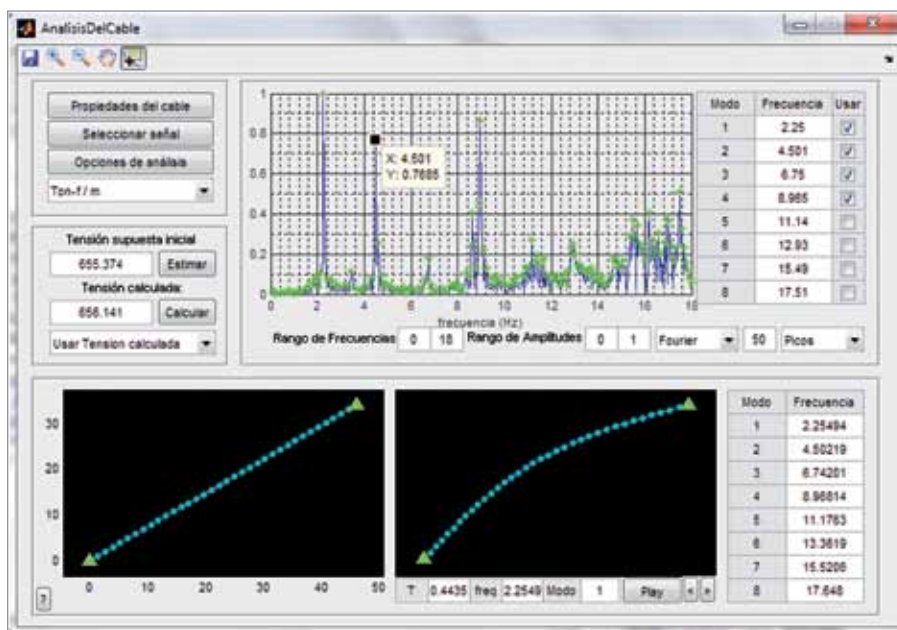


Figura 19. Resultados de la tensión del tirante 18 usando la señal 3. (Avellaneda y Noguera, 2011)
Figure 19. Results from tensioning strap 18 by using signals 3. (Avellaneda and Noguera, 2011)

• **Análisis con la señal 4:**

• **Analysis using signals 4:**

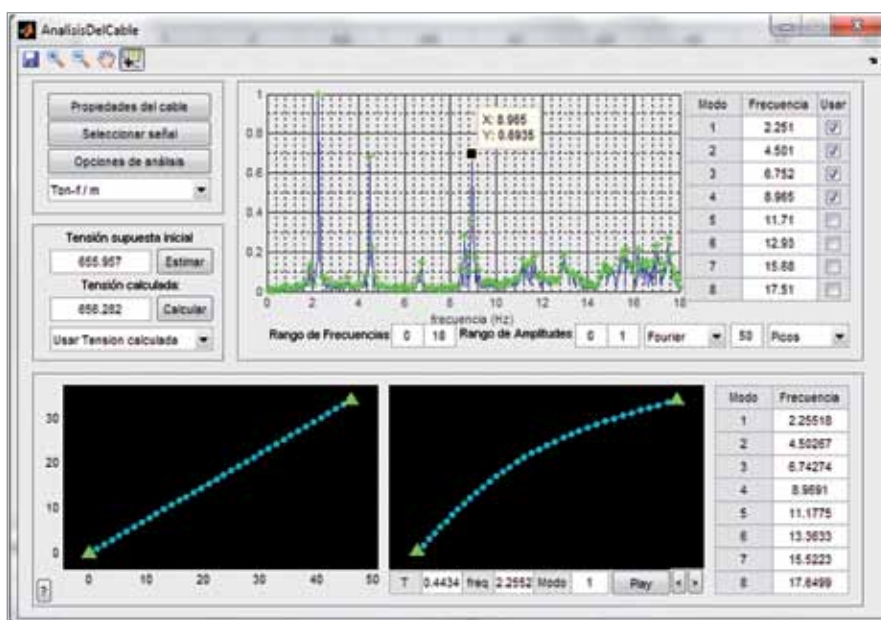


Figura 20. Resultados de la tensión del tirante 18 usando la señal 4. (Avellaneda y Noguera, 2011)
Figure 20. Results from tensioning strap 18 by using signals 4. (Avellaneda and Noguera, 2011)

- **Análisis con la señal 5:**
Primero se realizó el filtrado de la señal:
- **Analysis using signals 5:**
The signal was previously filtered.

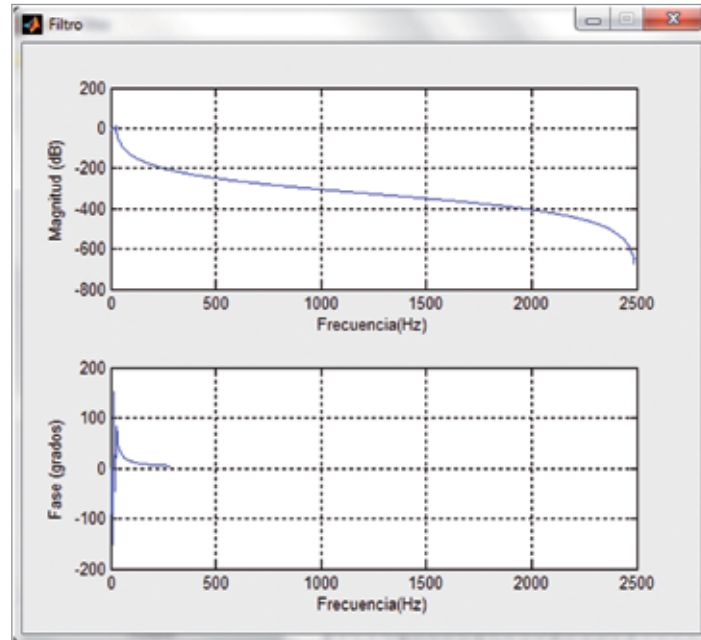


Figura 21. Filtro utilizado para la señal. (Avellaneda y Noguera, 2011)
Figure 21. Filter used for this signals. (Avellaneda and Noguera, 2011)

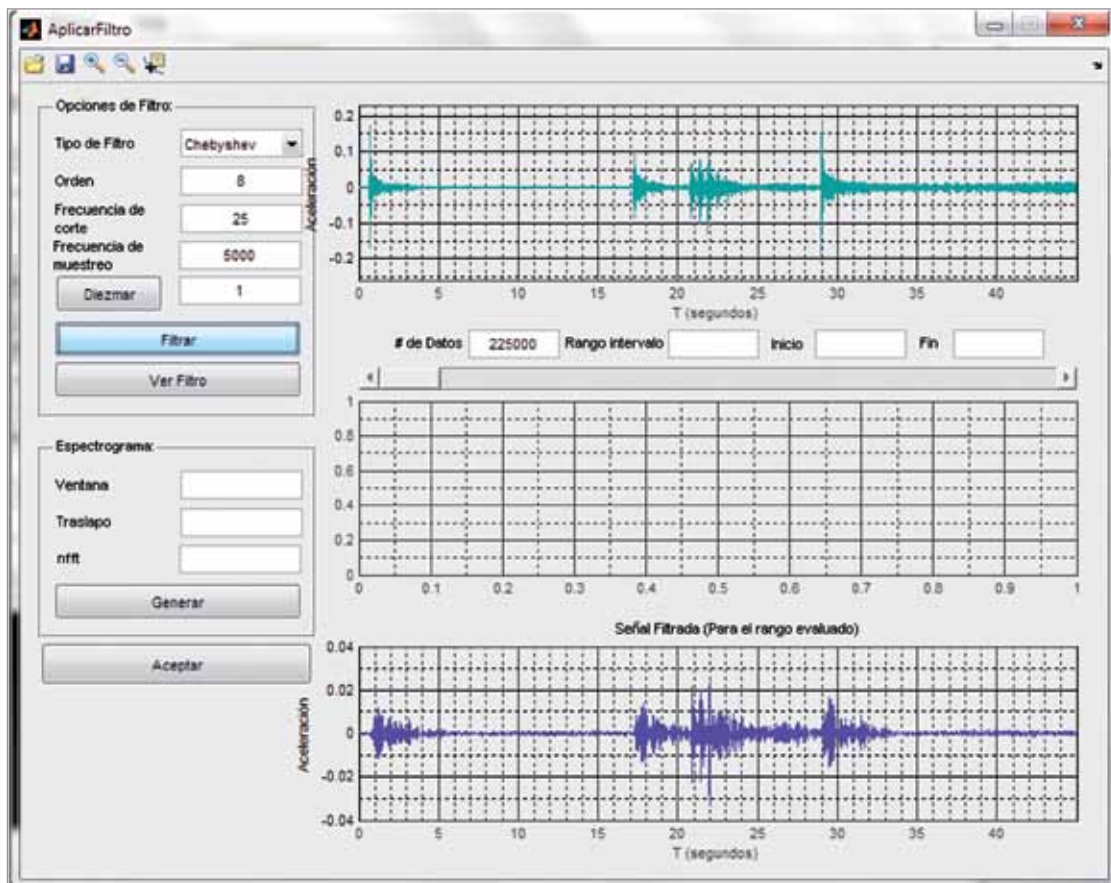


Figura 22. Filtrado de la señal 5 en el tirante 18. (Avellaneda y Noguera, 2011)
Figure 22. Filtering signals 5 on strap 18. (Avellaneda and Noguera, 2011)

Después se realizó el análisis para determinar las tensiones:

Consequently, the analysis to calculate tensions was carried out:

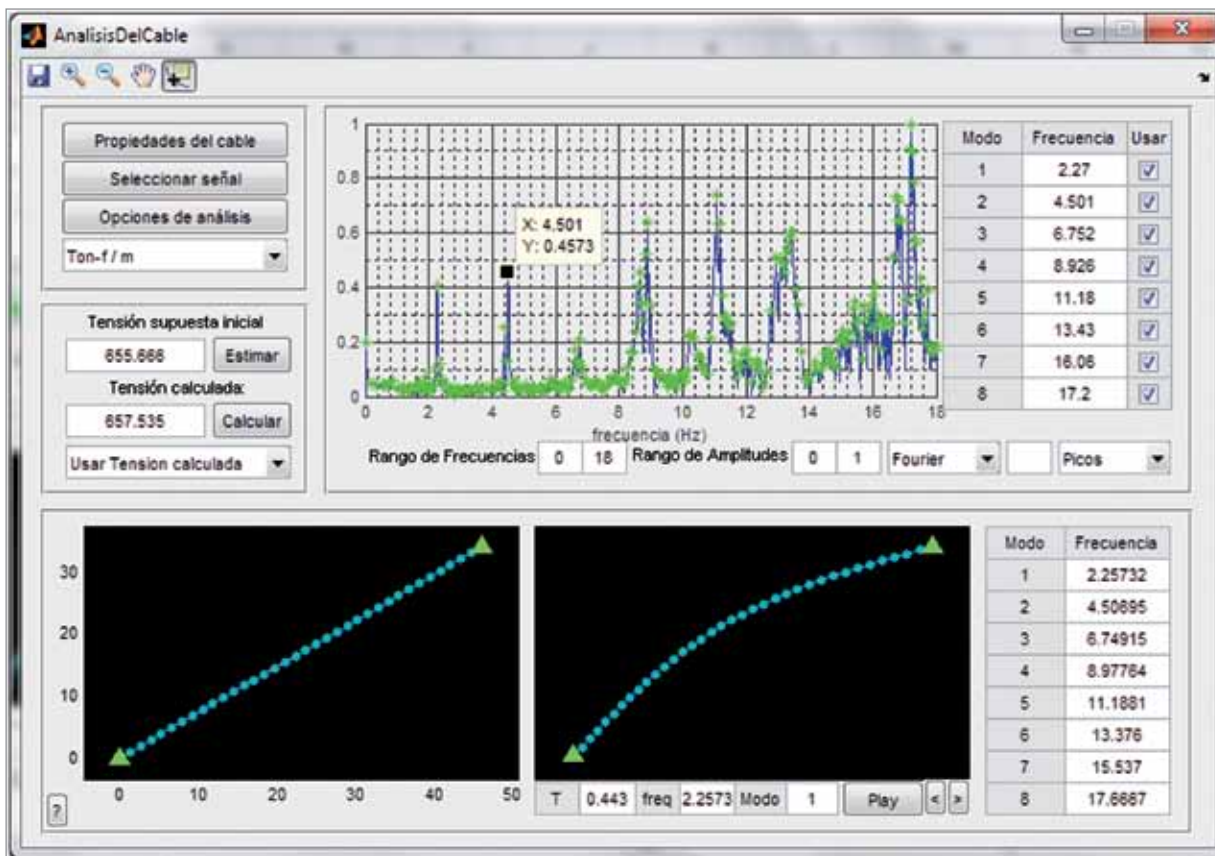


Figura 23. Resultados de la tensión del tirante 18 usando la señal. (Avellaneda y Noguera, 2011)
 Figure 23. Results from tensioning strap 18 by using the signals. (Avellaneda and Noguera, 2011)

Para determinar las tensiones se pasa por un proceso de regresión:

In order to determine tensions, a regression process is developed:

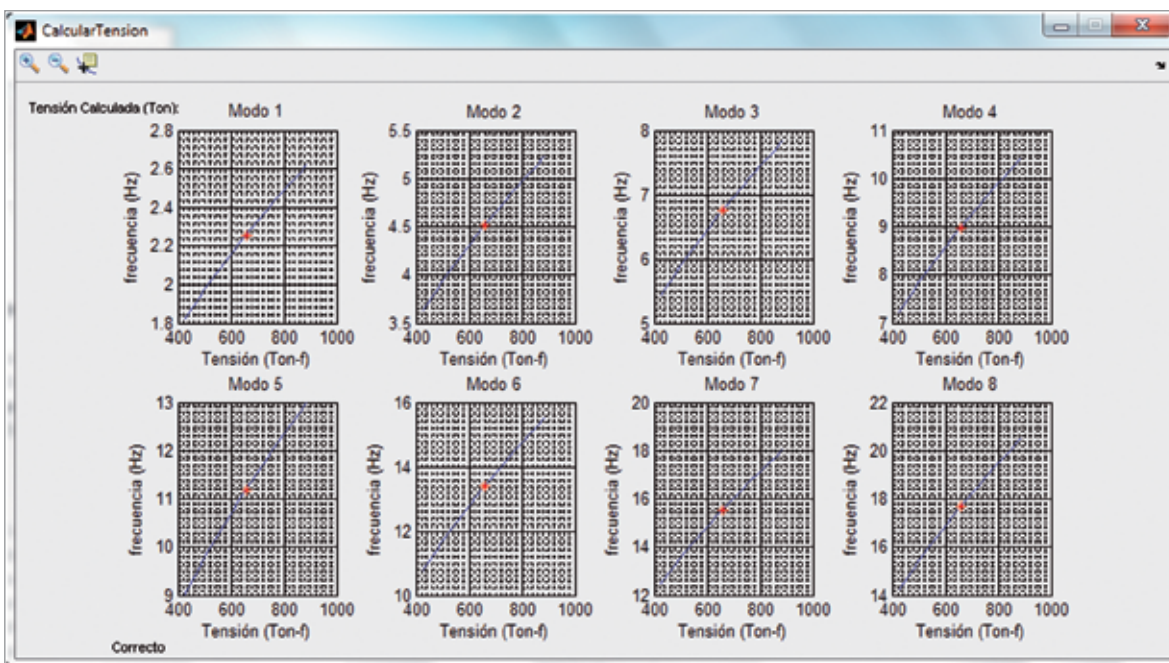


Figura 24. Procedimiento de cálculo de las tensiones. (Avellaneda y Noguera, 2011)
 Figure 24. Tension calculation procedure. (Avellaneda and Noguera, 2011)

Finalmente se obtuvieron los demás resultados del cable:

Finally, other cable results were obtained:

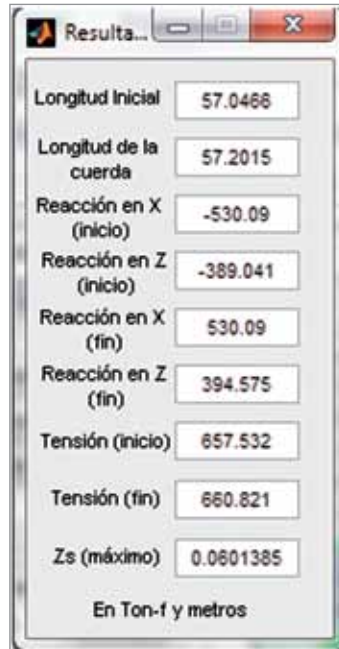


Figura 25. Resultados para la señal. (Avellaneda y Noguera, 2011)

Figure 25. Results for the signals. (Avellaneda and Noguera, 2011)

• Análisis con la señal 6:

• Analysis using signals 6:

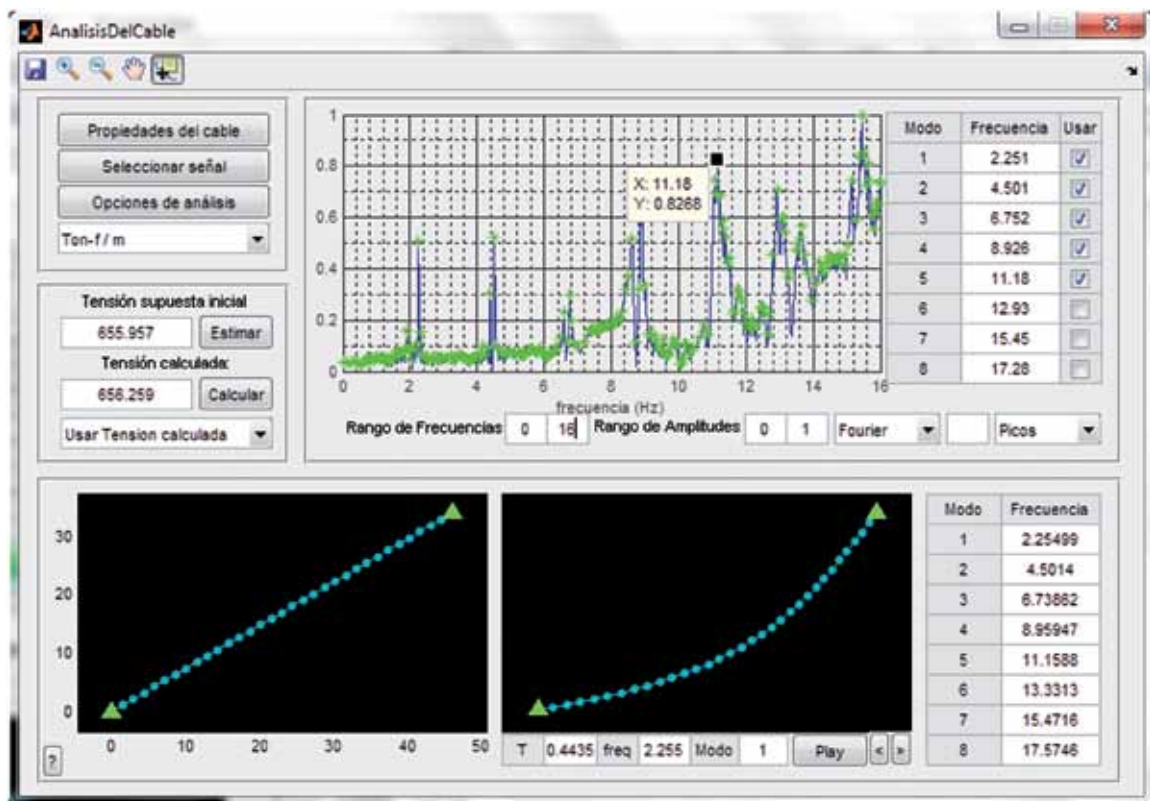


Figura 26. Resultados de la tensión del tirante 18 usando la señal. (Avellaneda y Noguera, 2011)

Figure 26. Results from tensioning strap 18 by using signals 6. (Avellaneda and Noguera, 2011)

En la Tabla 6 se tabulan todos los resultados con los cálculos de las diferentes señales para el tirante 18.

Table 6 shows all calculation results using different signals for strap 18.

Tabla 6. Resultados de las tensiones para las diferentes señales. (Avellaneda y Noguera, 2011)**Table 6.** Tension results for different signals. (Avellaneda and Noguera, 2011)

| Tensión real/ Real tension | 658.00 Ton-f | % Error |
|--|--------------|---------|
| Tensión calculada con la señal 1/ <i>Tension calculated with signals 1</i> | 654.04 Ton-f | 0.60 |
| Tensión calculada con la señal 2/ <i>Tension calculated with signals 2</i> | 653.66 Ton-f | 0.66 |
| Tensión calculada con la señal 3/ <i>Tension calculated with signals 3</i> | 656.14 Ton-f | 0.28 |
| Tensión calculada con la señal 4/ <i>Tension calculated with signals 4</i> | 656.28 Ton-f | 0.26 |
| Tensión calculada con la señal 5/ <i>Tension calculated with signals 5</i> | 657.54 Ton-f | 0.07 |
| Tensión calculada con la señal 6/ <i>Tension calculated with signals 6</i> | 656.26 Ton-f | 0.26 |

3. Conclusiones

El aplicativo computacional generado en MATLAB® cumple a cabalidad con su objetivo, siendo capaz de lograr estimaciones y cálculos de la tensión con errores de incluso el 0.07%.

La herramienta incluida en el programa que genera el comportamiento del cable para cada modo de vibración, es un parámetro importante para facilitar la selección de las frecuencias más representativas, permitiendo una “identificación modal” del cable para correlacionar las frecuencias medidas con las que corresponden a cada forma de vibrar.

El procedimiento en campo requiere únicamente de posicionar uno o varios acelerómetros –preferiblemente en el centro de la luz del cable– lo cual con el debido equipo no supone un gran problema –en las situaciones más desfavorables una medida no tomó más de 30 minutos, en los cuales se tomaron seis registros–.

Los resultados de los ensayos en el modelo a escala demostraron que las frecuencias predominantes en el cable medido suelen ser las que generan movimientos perpendiculares a la dirección del cable y ocurren en el plano del cable.

Los modos laterales analizados daban valores muy similares al modo que les precedía, es decir, considerar en el análisis al cable en tres dimensiones no da más precisión, dado que se repetiría básicamente cada frecuencia.

El modelo a escala permitió observar que las primeras frecuencias eran más representativas para el análisis del cable, puesto que las frecuencias más altas solían tener mayor dispersión entre una toma y otra, por ello se determinó utilizar como mucho las primeras ocho frecuencias, que en la mayoría de análisis, aparecían con mayor facilidad y con una menor variación.

La utilización de diferentes métodos para la generación de espectros permite una identificación más objetiva de las frecuencias con las que el cable analizado vibra, de modo que la identificación de los “picos” es más precisa y, por ende, los resultados obtenidos más confiables.

3. Conclusions

The software application developed by MATLAB® fully meets its objective, being able to achieve tensile estimations and calculations with errors of 0.07%, although it is also possible to calculate tension without errors, if parameters involved in this process are fully known in advance.

The tool included in this software that generates cable behavior for each vibration mode, is a relevant parameter used to facilitate the selection of the most representative frequencies. The tool is able to develop a “cable modal identification” by enabling the correlation of measured frequencies with the ones corresponding to each vibration mode.

On site procedure only requires the installation of one or several accelerometers – preferably at the cable span center. By using the proper equipment, measuring even in one of the most inconvenient situations, the procedure took little longer than 30 minutes and 6 recordings were taken.

Test results from scale model demonstrated that predominant frequencies on the measured cable use to be the ones generating movements, which are perpendicular to the cable direction and they take place on the cable plane.

Analyzed lateral modes yielded values quite similar to their preceding modes, therefore, considering a three dimensions cable analysis was useless because each frequency will basically be repeated by itself.

The model also enabled us to conclude that the first set of frequencies was more representative for the cable analysis, because higher frequencies used to be more dispersing between one take and another. Then the use of this set for tension calculation was disregarded. Consequently, the first eight frequencies that easily appeared and showed less variation were employed.

The utilization of different methods to generate spectrums enabled a more objective identification of vibrations for the analyzed cable, therefore, peaks identification became more accurate and consequently the obtained results are more reliable.



La variable más sensible dentro de los parámetros de entrada es la masa ("peso" dentro del programa, el cual se encarga de hacer la respectiva operación para calcular la masa), esta es inversamente proporcional a la frecuencia y su impacto en la estimación y cálculo de la tensión es tal que un cambio ligero en esta puede significar la variación de un error de 0.5% a 5%.

Por la facilidad del procedimiento en conjunto (instrumentación, análisis y cálculos con el programa), constituyen una herramienta rápida y efectiva para realizar revisiones en los tirantes de un puente de este tipo (atirantado), aunque en general es extensible a cualquier tipo de cable que esté sometido a una tensión y a su peso propio.

La confiabilidad del método sumado a su versatilidad le permite ser una buena herramienta para procesos de interventoría y para chequeos rutinarios de la estructura, del mismo modo sería una herramienta práctica a la hora de hacer una evaluación del estado de un puente previamente construido (ya sea con fines de rehabilitación, ampliación, etc.).

Gracias a la confiabilidad del método desarrollado, se evita la necesidad de utilizar un gato hidráulico para hacer controles de los tirantes para revisar que cumplan con las normas internacionales y, en casos extremos, hacer rediseños de los mismos.

4. Agradecimientos

Se agradece a Concreto S.A y VSL Colombia por el apoyo logístico y permiso que se tuvo para poder realizar la labor de campo en este trabajo de investigación. Se agradece especialmente al ingeniero Ciro Martínez de VSL Colombia.

The most sensitive variation among input parameters is the mass ("weight" in the software, which is responsible of conducting the corresponding operation to calculate mass). It is inversely proportional to frequency and its impact on tension estimation and calculation is so relevant that a slight change may lead to easily modify the variation within an error range from 0.5% to 5%.

Due to the easy nature of this procedure set (instrumentation, analysis, calculation by means of the software) it becomes a quick and effective tool to conduct supervisions on a cable-stayed bridge type, although in general it is applicable to any kind of cable subject to tension and to its own weight.

The method reliability together with its versatility makes it an appropriate tool for construction compliance supervision and routine structure cross checking. Similarly this tool would be very practical at the moment of evaluating conditions on a previously constructed bridge (either for restoration or enlargement purposes).

Thanks to the reliability of this developed method, the utilization of a strand jack is no longer required to control strands and check that they meet international standards. In extreme cases, the method can be used to develop re-design processes on those existing strands.

4. Acknowledgements

Thanks to Concreto S.A. and VSL Colombia for their great logistic support and for granting authorizations to develop job site measurements for this research job. Special thanks to Ciro Martinez, Eng., VSL Colombia.

5. Referencias

- A. I. (octubre 2009)**, ANSYS Inc. Recuperado el 03 de diciembre de 2011, de Release 11.0 Documentation for ANSYS: http://www.kxcdn.net/ansys/ANSYS/ansyshelp/thy_el8.html
- Avellaneda G., y Noguera R. (2011)**, "Desarrollo de un algoritmo computacional para la estimación de la tensión de cables en puentes atirantados con base en la medición experimental en laboratorio y campo de sus modos y frecuencias naturales de vibración". Tesis de Grado de la Pontificia Universidad Javeriana. Director : Edgar Eduardo Muñoz Diaz. Bogotá. Colombia.
- Badel R. J., y Bohórquez R. A. (2009)**, Estudio e implementación de los métodos para la estimación de la fuerza de tensión en tirantes de puentes usando sus modos y frecuencias naturales de vibración. Tesis de Grado de la Pontificia Universidad Javeriana. Director : Edgar Eduardo Muñoz Diaz. Bogotá. Colombia
- Gaona W. (2011)**, Puente Gilberto Echeverri Mejía. Medellín, Antioquia: Asocreto.
- Hajdin N., Michaltsos G. T., y Konstantakopoulos T. G. (1998)**, "About the equivalent modulus of elasticity of cables of cable-stayed bridges". *Facta Universitatis*, 569-57
- Irvine M. H. (1981)**, *Cable structures*. Boston, Massachusetts, United States of America: The Massachusetts Institute of Technology.
- Kangas S., Helmicki A., Hunt V., Sexton R., y Swanson J. (2010)**, "Identification of cable forces on cable-stayed bridges: A novel application of the MUSIC algorithm". *Experimental Mechanics*, 957-968.
- Karoumi R. (1997)**, "Some modeling aspects in the nonlinear finite element analysis of cable supported bridges". *Computers and Structures*, 397-412.
- Li F., Wang D., Ou Y., Zhang L., y Yang Z. (2009)**, "Cable tension measurement for cable-stayed bridge considering on the effect of Damper". *International Conference on Mechatronics and Automation*
- Nanjing S. C. (2008)**, Software Co., Ltd. Nanjing Jianpu. Recuperado el 29 de septiembre de 2011, de Jiangsu Sutong Bridge Co. Ltd.: <http://www.stbridge.com.cn/index.aspx>
- Ren W. X. y Chen G. (s. f.)**. *Experimental modal analysis of stayed cables in cable stayed bridges*. China: Fuzhou University, 1-6.
- Ren W. X., Chen G. y Hu W. H. (2005)**, "Empirical formulas to estimate cable tension by cable fundamental frequency". *Structural Engineering and Mechanics*, 20, 3, 363-380.
- Thai H. T. y Kim S. E. (2010)**, "Nonlinear static and dynamic analysis of cable structures". *Finite Elements in Analysis and Design*, 237-246.

